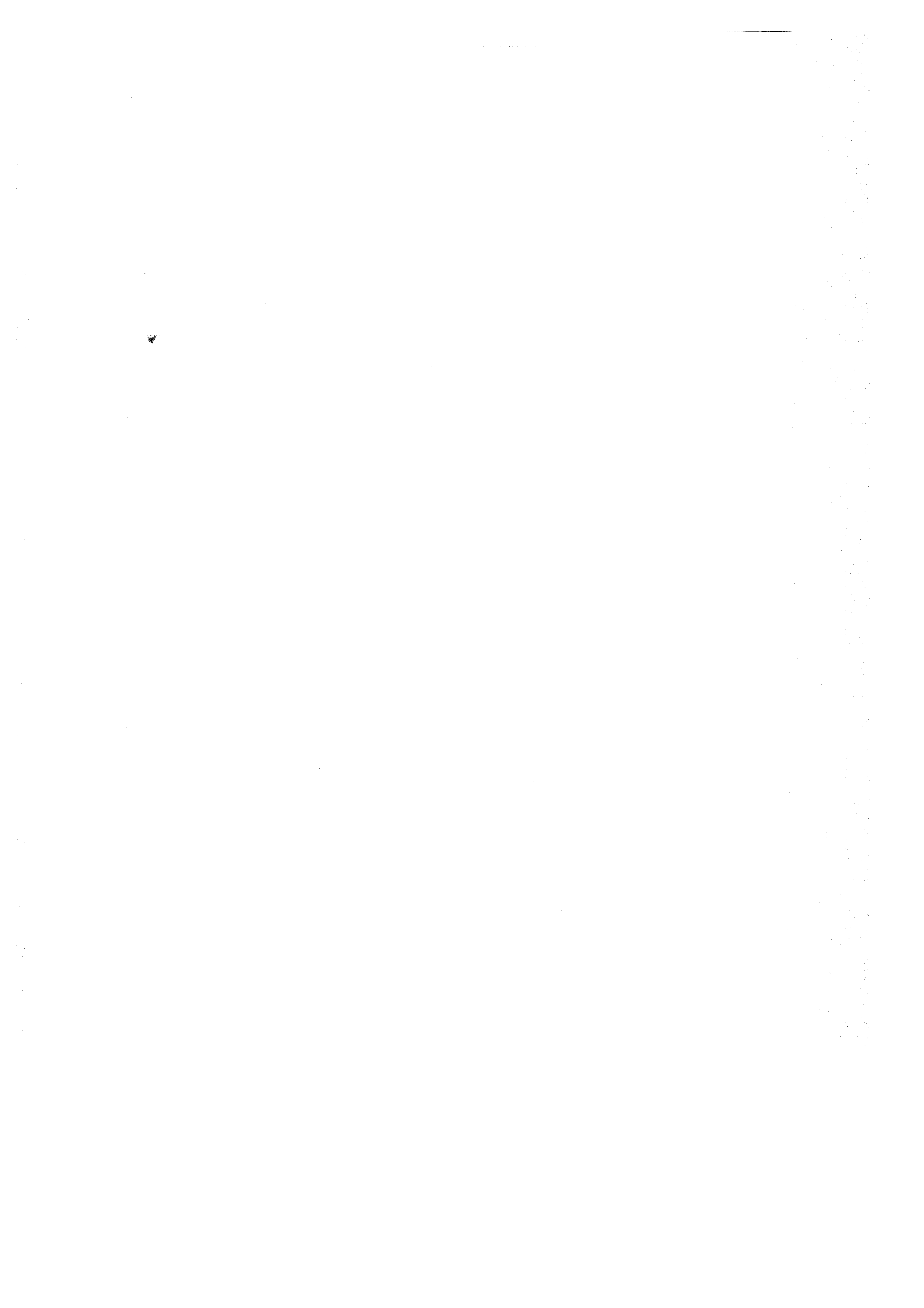
الإحصاء التربوي

(الجزء الأول)

إعداد
أ.د/ عماد احمد حسن على
أستاذ علم النفس التربوي
ووكيـل الكليـة لشئـون
خدمة المجتمع وتنمية البيئة
كلية التربية - جامعة أسيوط





الفصل الأول



التعريف بالإحصاء

الإحصاء في اللغة يعنى العدد الشامل، ومن المجاز هنا ما قالـه العرب لم أر أكثر منهم حصى أي لأم أر أكثر منهم عدداً وقولهم هـذا أمر لا أحصيه أي لا أطيقه ولا أضبطه.

وترجع النشأة الرياضية الصحيحة لهذا العلم إلي أبحاث لابلاس Laplace الرياضي الفرنسي وجـاوس Gaus الريـاضى الألمـاني، وجالتون Galton العالم الإنجليزى وكارل بيرسـون Karl Pearson الرياضى الإنجليزى.

أهمية الإحصاء فى الأبحاث العلمية

الإحصاء الرياضى فى صورته الحديثة هو إحـدى الدعامـات الرئيسية التى تقوم عليها الطريقة العلمية فى بحثها للعلـوم الإنسـانية والعلوم المتصلة بأى لون من ألوان الحياة.

والطريقة العلمية فى جوهرها العام لا تخرج عـن الخطـوات التالية:

١- القيام بإجراء ملاحظات وتجارب موضوعية.

٢- استخلاص النتائج الموضوعية التى تؤدى إليها تلـك التجـارب والاستفادة منها فى تجارب مماثلة.

٣- صياغة القوانين والنظريات التى تفسر نتائج التجارب المختلفة.

ويرتبط الإحصاء ارتباطا وثيقا بالخطوتين الأولى والثانية. وذلك لأنه يحدد الشروط الأساسية لموضوعية التجارب وخطتـها ووسـيلتها

ومنهجها، وهو يحدد أيضا طرق التحليل المناسبة لكل تجربة ومدى التعميم الذى تنطوى عليه نتائج تلك التجارب.

وهكذا تعتمد الأبحاث الحديثة فى العلوم المختلفة على الطريقة العلمية التى تقوم على الملاحظة الدقيقة والتجريب العلمى والتحليل الرياضى والاستنتاج المنطقى، وبهذه الطريقة وحدها تصلح العلوم المختلفة علوما تجريبية موضوعية. وتؤدى الملاحظة من ناحية، والتجربة من ناحية أخرى إلى جمع معلومات عدة هادفة عن الظواهر التى تنطوى تحت التقسيمات المختلفة للعلوم. ولعل أحسن طريقة لتركيز هذه المعلومات هى الطريقة العددية التى تعتمد فى جوهرها على رصد النتائج رصدا موجزا واضحا. ولكن الأعداد وحدها وبصورتها الخام الأولية لا تكفى لفهم وتفسير الظواهر العلمية تفسيرا صحيحا.

ولكى يسعى الباحث إلى الدقة فى النتائج التى يصل إليها فإنه يلجأ إلى تحليل نتائجه تحليلا إحصائيا ليدرك مثلا مدى تجمعها وتشتتها وارتباطها، وغير ذلك من ضروب التحليل الإحصائى. وهو يهدف بهذا التحليل إلى فهم العوامل الأساسية التى تؤثر على الظاهرة التى يدرسها. وقد وصل من هذا كله إلى الكشف عن الفكرة الجوهرية أو القانون العام الذى يصلح لتفسير تلك الظاهرة والظواهر الأخرى التى تنتمى إليها.

ولهذا كان الإحصاء من أهم الوسائل التى يستعين بها الباحث وتستعين بها العلوم المختلفة فى الوصول إلى نتائجها وفى تحليل هذه النتائج وتطبيقها ونقدها.

ومع التقدم العلمي الهائل في شتى ميادين الحياة لوحظ ظـــهور علوم جديدة نشأت من اقتران الإحصــاء بـــالعلوم المختلفـــة، فـــاقترن الإحصاء بالرياضة البحتة والميكانيكا، وعلم النفس، وعلم الحياة وعلـــم الاقتصاد، وعلم الاجتماع، وعلوم أخرى لينشئ من ذلك كلـــه علومـــاً جديدة مثل علم الإحصاء الريـــاضي والميكانيكـــا الإحصائيـــة، وعلـــم الاقتصاد الإحصائي Statistical Economy وهكذا مـــا يـــزال العـــالم يكشف عن تطبيقات جديدة للإحصاء في الأ[حاث النظرية والتجريبيـــة والتطبيقية، وفي جميع ضروب الحياة.

ويقاس التطور العلمي لأي فرع من فروع المعرفـــة البشـــرية بمدى تطور مناهجه ووسائله، وقد أحرزت العلوم الطبيعية السبق فـــي هذا المضمار لبساطة تكوينها وثبوت نتائجها وخضوعها المباشر للضبط العلمي الهادف، واستعانتها المبكرة بالأعداد والعلوم الرياضية. وتختلف العلوم الإنسانية في نشأتها الأولى عن هذا التطور لتعقيدها ومرونتـــها التي تحول بينها وبين الضبط العلمي البسيط، ومن المفارقات الغربية أن علم النفس كان أسبق من العلوم الطبيعية في الكشف عن الطاقة الكامنـــة والطاقة الحركية. وكان أرسطو أول من عرف الطاقة الكامنة البشـــرية بأنها حالة النوم التي تطرأ على الإنسان، وعرف الطاقة الحركية بأنـــها حالة النشاط التي تبدو في اليقظة. ثم تخفف علم النفس من هذه المفـــاهيم

الجوهرية وتركها للعلوم الطبيعية التى استعانت بها فى تطورها الرئيسى.

الإحصاء وخطوات البحث العلمى

الإحصاء كما بينا من أهم الوسائل الحديثة القومية للبحث العلمى فى ميادينه المختلفة بوجه عام، وفى الميادين الإنسانية بوجه خاص والبحث العلمى لا يستقيم إحصائياً إلا إذا انتظم فى خطوات منطقية واضحة. وسنحاول أن نبين فى الفقرات التالية أهم هذه المعالم.

تتلخص الخطوات الرئيسية للبحث العلمى الذى يعتمد على التحليل الإحصائى فى اختيار المشكلة وفرض الفروض فى البحوث التى يحتاج حلها إلى فروض، وتنظيم خطة البحث، وجمع المعلومات وتبويبها ووصفها إحصائياً وتحليلها وتفسير نتائجها، ثم تسجيلها فى تقرير يبين نواحيها المختلفة.

١-اختيار المشكلة:

يبدأ البحث بمشكلة عامة تتطور خلال التحليل إلى مشكلة محددة تتطلب إجابات مقترحة قد تكون فى صورة فروض محتملة، واختيار المشكلة وصياغتها صياغة دقيقة هذا التى تجعلها قابلة للبحث.

وتتلخص أهم الأسس الرئيسية لاختيار المشكلة فى:

١-ألا تكون كبيرة واسعة حتى لا تصبح ضحلة، وألا تكون ضـــرورة جدا محدودة حتى لا تصبح تافهة، بل تكون وسطا بين هذه ومتزنـة مناسبة حتى تصل بالباحث إلى نتائجها المرجوة فى قوة.

٢-أن يكون توقيتها مناسبا معقولا من حيث بدئها ومداها ونهايتها.

٣-أن تكون تكلفتها فى حدود إمكانيات الباحث، وإلا أعاقته هذه الأمور عن إتمام بحثها.

٤-أن تكون جديدة لتكشف عن بعض الآفاق المجهولـــة، وإلا فقـدت قوتها وأهميتها.

٥-أن تتفق وميل الباحث ومستوى قدرته على معالجتها.

٦-أن تكون بياناتها المختلفة ميسورة بحيث لا تكلف الباحث عنتـــا أو مشقة فى جمعها.

٢-الفروض:

يصاغ الفروض على أنه إجابة محتملة لمشكلة البحث، فعلاقتــه بالمشكلة علاقة الإجابة بالسؤال الذى تتصدى المشكلة لحله، والفـروض بهذا المعنى هى ملتقى الطرق التى تنتهى إليها المشــكلة ويبـدأ منــها التجريب وموقعها من خطوات البحث يمثل نقطة التحول مـــن البنـاء النظرى للبحث إلى التصميم التجريبى للإجابة على المشــكلة القائمـة

والحكم الذى يقرر قبول الفرض أو رفضه هو النتيجة التى تنتهى إليها جميع خطوات البحث. ويقتضى الوصول لمثل هذا الحكم إجراء التجارب التى تختبر صحة تلك الفروض.

٣-خطة البحث العلمى وجمع المعلومات:

تقوم خطة البحث على بناء تنظيم علمى متماسك يسبق أن الدقة، ومثلها فى ذلك مثل قياس المسافة بين القاهرة والإسكندرية لأقرب ملليمتر أو حتى لأقرب سنتيمتر.

٤-التبويب:

عندما ينتهى الباحث من جمع المعلومات التى حددتها خطته فى البحث ووسيلته فى الجمع فإنه يقوم بتبويبها فى جداول كبيرة متصلة، أو بطاقات صغيرة منفصلة ليسهل عليه بعد ذلك تلخيصها وتحليلها وتفسيرها.

وفى مقدوره بعد ذلك أن تبويبها ثانية فى جداول صغيرة ورسوم بيانية، ومنحنيات وأشكال توضيحية ليبين معالمها وخواصها الرئيسية فى سهولة ويسر.

٥-الوصف الإحصائى:

يعتمد الوصف الإحصائى للظواهر المختلفة على الكشف عن مدى تجمع بياناتها العددية أو مدى تشتتها والعلاقات المختلفة التى تربط كل ظاهرة بأخرى والقيمة العددية لهذا الارتباط.

ولهذا يهدف الباحث فى معالجته الإحصائية للظواهر التى يبحثها إلى معرفة متوسطاتها المختلفة أو نزعتها المركزية ليلخصها فى صورة موجزة توضح أهم خواصها، ويهدف أيضاً إلى معرفة مدى انتشارها وانحراف أفرادها عن هذه المتوسطات ليصل من ذلك كله إلى وصف شامل للظواهر التى يبحثها.

ويسمى هذا الميدان من ميادين علم الإحصاء بالإحصاء الوصفى.

٦-التحليل الإحصائى:

يعتمد التحليل الإحصائى على نوع المشكلة، وخصائصها الرقمية وهدف البحث مع ملاحظة أن التحليل الذى يصلح لمعالجة مشكلة ما قد لا يصلح لمعالجة مشكلة أخرى.

والوصف الإحصائى الشامل يمهد تمهيداً صحيحاً للتحليل الإحصائى المناسب لأنه يوضح الخواص الإحصائية للظاهرة.

ويسمى هذا النوع من ميادين علم الإحصاء بالإحصاء التحليلى.

ولا يحسبن الباحث أنه كلما غالى فى اختيار الطرق الإحصائية المتناهية فى دقتها أمكنه الوصول إلى نتائج قوية. ذلك لأن نوع التحليل يعتمد على مدى دقة البيانات العددية التى اعتمد عليها الباحث فى تحديد الظواهر التى يدرسها، والباحث المتمرس الذكى هو الذى يستطيع أن يحقق أهدافه من خلال أبسط الوسائل الإحصائية.

فبعض هذه الظواهر لا تحتاج فى تحليلها إلى مثل هذه المغالاة لأنها بطبيعتها ليست حساسة لهذه الفروق المتناهية فى الدقة، ومثلها فى ذلك مثل قياس المسافة بين القاهرة والإسكندرية لأقرب ملليمتر أو حتى لأقرب سنتمتر.

٧-التفسير:

ينطوى التفسير على ضرب من ضروب التعميم. ويجب ألا يجاوز هذا التعميم حده ومداه، وذلك لأنه يقوم على إطار تحدده عينة الأفراد الذين أجريت عليهم التجربة والاختبارات التى استخدمت فى هذه الدراسة، والأجهزة التى استعان بها الباحث للوصول إلى نتائجه، ومن الخطأ الشائع فى بعض الأبحاث العلمية إجراء تجربة ما فى إطار معين محدد ثم تعميم نتائج هذه التجربة دون استغراق شامل لجميع النواحى المختلفة للظاهرة العلمية.

وعلى هذا الباحث أن يلتزم حدود نتائجه العلمية دون مبالغة أو إفاضة حتى لا يضل الناس فى فهم نتائجه، وحتى لا تنهار هذه النتائج سريعاً من جوانبها التى تأت بها بعيداً عن الإطار الموضوعى الواقعى للبحث.

٨-التقرير:

يبدأ التقرير من حيث بدأت المشكلة باختيارها وصيغتها وينتهي إلى حيث انتهت بالتحليل الإحصائي والتفسير النهائي . أي أنه بهذا المعني يسجل خطوات البحث في تطويرها خطوة تلو خطوة ليكون بذلك أقرب إلى موضوعية العلمية والتنظيم المنطقي المتناسق .

ويشترط في لغة البحث أن تكون واضحة موجزة موضوعية إلى الحد الذي تتخفف فيه من تأكيد الذات حتي لا تصطبغ بصبغة ذاتية تبعدها عن الروح العلمي الصحيح .

وغالبا ما ينتهي التقرير بملخص واضح عن المشكلة ونتيجة بحثا ومدى قوة أو ضعف هذه النتائج ،وهو لهذا يوضح - إلى حد ما - نقد الباحث لنفسه ،والمشاكل الجديدة التي أسفر عنها الباحث خلال تطوره ، ومدى صلاحية هذه المشاكل للبحث ، فهو بذلك يفتح آفاقا جديدة للبحث والدراسة.

وظائف الإحصاء

وللإحصاء في مختلف مجالات العلوم وظائف ذات قيمة جليلة ، ولكنها متداخلة على أن تلك الوظائف تبدأ أساسا مما سبق أن تعارف السابقون ، وتتنوع الوظائف ، وتظهر الأساليب الإحصائية وتختلط بفروع العلوم فتتنوع المسميات الإحصاء النفسي ،الإحصاء الاجتماعي الإحصاء الطبي ، الإحصاء الزراعي ، الإحصاء التربوي ،وتتنوع الأساليب الإحصائية ولكل منها معادلته مع صور متعددة من كل معادلة وتتعقد طرق الحل وتطول، وتزخر كتب الإحصاء بالجداول الإحصائية تيسيراً على الباحثين وادخار لوقتهم وجهدهم، ثم ظهرت الآلات الحاسبة اليدوية الميكانيكية للتخفيف على الدارسين وتطورت وظهرت الحاسبات الإلكترونية الكبيرة ذات السعة الهائلة والسرعة العظيمة في التعامل مع الأرقام والبيانات الكمية بكفاءة هي مثار الدهشة حقاً. ثم أعد وتطورت الحاسبات Micro Computers العلماء الحاسبات الإلكترونية الصغيرة اليدوية ليؤدي العمليات الإحصائية المعقدة.

وهكذا فإن الحاسبات الإلكترونية قد أعدت أساساً كأدوات لرصد وتحليل البيانات الإحصائية، وبقدر السرعات الفائقة للحاسبات الإلكترونية بالقدر الذي زادت فيه النتائج العلمية إلى حد أن سمي العصر بعصر ثورة المعلومات. ثورة يصعب أن يستوعبها الفرد فلتخذ

الحاسوب وسيلة لتسجيل البيانات والاحتفاظ بها والثورة في سرعة استرجاعها وتصنيفا ومطابقتها والتعامل معها إحصائيا باستخدام الحاسبات الإلكترونية (الكمبيوتر).وعموماً فإن للطرق الإحصائية وظائف تتفق وتسير موازية مع وظائف العلم فالعلم يصف والعلم يحدد العلاقات وبالعلم نتوقع ونفسر ونتحكم، ومن ثم فقد اكتسب الإحصاء خصائص العلم لأنه إحدى الأدوات التي تستخدم في كل مرحلة من مراحل بناء العلم وتوظيفه.

ويمكن تلخيص وظائف الإحصاء فيما يلي :

١-الإحصاء يصف ويصور :

بعض الخصائص مثل أطوال التلاميذ يصفا الإحصاء وصفا كميا بعيداً عن الأوصاف اللفظية التي لها أكثر من معني والتي تعطي أكثر من دلالة. ولكن استخدام الأرقام في الوصف يضع الصورة مجردة أمام الباحثين دون تدخل ذاتي من قبل القائم بالوصف ثم أنه باستخدام الوصف الكمي يستطيع الوصف الموضوعي لأكثر من قارئ وأكثر من مستفيد من البحث طالما أن الأرقام تعبر عن وحدات متفق عليها الوصف الإحصائي لأطوال التلاميذ سيشمل مقاييس النزعة المركزية وسيشمل مقاييس التشتت وسيشمل توضيح شكل التوزيع والتحصيل الدراسي يمكن وصفه من حيث تشتته ونزعته المركزية وشكل توزيعه

بالنسبة لمجموعة من الطلاب ومجموعة أخرى من الطالبات وبالتـــالي يمكن إدراك الفروق بين تحصيلها،و أدراك الفروق نوع مـــن وصــف المعالم وتصوير كمي لموضوع البحث، والتوافق الزواجي يمكن وصفه لدي حديثي الزواج وعند قدامي الأزواج في محاولة لتصويـــر مــدي الاختلاف في حرارة العلاقات بين الأزواج، فالإحصاء يصف ويصـور توزيع الأطوال وتوزيع درجات الامتحان التحصيلى وتوزيع درجــات التوافق الزواجي، ويصف ويقيس التوافق الأسري والتوافق الشــخصي والتوافق الاجتماعي لدي مختلف فئات البحث عمالاً أو طلاباً ريفييـــن وحضريين.

٢- الإحصاء يدرس العلاقات :

قام باحث بتطبيق اختبار التفكير الناقد على طـــلاب الســنوات الأربع بإحدى كليات العلوم ووجد أن متوسط درجات الطلاب يـــتزايد بالتدريج بتزايد المستوى الدراسي ، هنا يمكـــن للبــاحث أن يســتخرج العلاقات بأن التفكير الناقد يزداد بزيادة المستوى الدراسي الجــامعي أو أن يزداد بالتقدم في السن ، وفي دراسة أخرى حصل الباحث علـــى أن الطموح الأكاديمي يزداد بنقص المشكلات ، كما وجد آخر أن الذكـــور الغائبة آباؤهم يتسمون بالتخنث خصوصاً إذا حدث هذا الغياب قبل بلوغ الصبي سن الخامسة.

فبحث العلاقة بين الجنس والطموح الأكاديمي فإنه يلزم استخدام مجموعتين متجانستين إحداهما من الذكور والأخرى من الإناث ، ويجرى قياس مستوى الطموح الأكاديمي لدى المجموعتين ، ثم نقارن المتوسطين ونطبق المعاملات الإحصائية كي نحدد العلاقة .

وتكون العلاقة طردية إذا كان التغير بالزيادة في المتغير المستقل مصحوبا بالزيادة في المتغير التابع ، ويقال عن هذه العلاقة أنها علاقة إيجابية وعندما يصاحب نقص المتغير المستقل نقص في المتغير التابع فإن العلاقة إيجابية أيضا.

أما العلاقة العكسية فهي التي ينقص فيها المتغير التابع بزيادة قيم المتغير المستقل ، والعكس صحيح بمعنى زيادة المتغير التابع بنقص المتغير المستقل ، ويسمى هذا النوع بالعلاقة السالبة.

ويمكن أن تكون العلاقة صفرية بمعنى أنه يصعب تحديد العلاقة، فعند زيادة قيم المتغير المستقل تزداد وتقل قيمة المتغير التابع، كما نلاحظها أيضا عندما يكون متوسط درجات مجموعتين واحدا فالتغير في المستقبل لم يتبعه تغير في المتغير التابع.

وعلى الباحث أن يفطن إلى العلاقات المنحنية وهي شائعة في العلوم السلوكية الخدمة الاجتماعية علم النفس وعلم الاجتماع وفروعها ..مثال ذلك: العلاقة بين شدة الحرارة والتحصيل فعند إنخفاض الحرارة

كثيرا ينخفض التحصيل، وكلما زادت درجة حرارة الغرفة زاد التحصيل، ولكن زيادة الحرارة عن حد معين تؤدي إلى خفض التحصيل فالعلاقة المنحنية جمع بين العلاقتين الموجبة والسالبة أو العلاقتين السالبة والموجبة في تتابع حيث يتبدى في العلاقة النقطة الحرجة ، مثال آخر من العلاقات المنحنية هي علاقة المستوى الاقتصادي والاجتماعي بمستوى الطموح الأكاديمي، وعلاقة مستوى الذكاء بعدد ساعات الاستذكار، الأمر الذي يلزم الباحثين بإجراء بحوثهم على ثلاثة مجموعات مجموعتين متطرفتين ومجموعة وسطي، والجدير بالذكر أنه حين يستخدم باحث مجموعتين متطرفتين وتظهر له عدم وجود فرق بين المجموعتين ربما يسارع إلى نفى العلاقة، ولكنه إذا أخذ مجموعة ثالثة وسطى ربما تتغير نتيجة بحثه ويحصل على علاقة منحنية. معنى هذا أن العلاقة المنحنية لا تظهر بوضوح عند استخدام مجموعتين متطرفتين ولكنها تظهر عند استخدام ثلاث مجموعات إحداها وسطى والثانيتين متطرفتين بالنسبة للمتغير المسقل.

٣-الإحصاء فى تطوير التجارب:

لا يقف دور العلم عند مجرد وصف الظواهر التى يقوم بدراستها أى ربط المتغيرات مع بعضها البعض، ولكنه يأخذ دورا أكثر إيجابية من حيث التدخل Intervention لنأخذ مثالا عن الاتجاه نحو

المشاركة الاجتماعية فهل يكون ذلك بإلقاء الخطب فى الأسواق أو من خلال برامج التليفزيون أو بالاستعانة بميكروفونات المساجد. عندئذ ينبغى على الباحث أن يجرب كل طريقة على حدة على عينات متجانسة ويقارن نتائج بحثه ببعضها البعض حتى يصل إلى الوسيلة الأكفأ فى تغيير الاتجاهات.

اعتمدت العلوم الزراعية فى تقدمها على تصميم التجارب تصميما محكما لضبط المتغيرات التى يحتمل أن تتفاعل مع المتغير التابع فتغير من قيمته. وأفادت بحوث الزراعة فى تنمية علم الإحصاء وأخذ مسمى تصميم بحوث، ويعتمد فيما يعتمد على تحليل التغاير وتحليل التباين.

٤-الإحصاء يحلل النتائج:

الإحصاء لا يقبل النتائج الظاهرية، ولكن من المعاملات الإحصائية ما يجعلنا نتعمق فى الفروق ومدى جوهرية هذه الفروق، فإذا كانت فروقا غير دالة يمكن القول بعدم دلالة الفرق، أما إذا كانت معنوية فيمكن اعتبار الفروق فروقا أصيلة وليست نتيجة أخطاء عشوائية أو خطأ القياس، المهم أن الإحصاء التخطيطى يتبنى هذا الموضوع موضحا مستوى الثقة Statistical Inference التحليلى فى معنوية الفروق.

٥-الإحصاء يساعد على التنبؤ الدقيق:

هناك طرقا إحصائية تربط العلاقة بين المتغيرات فى معادلات إحصائية تعرف Simple Regression Equations هذه المعادلات تسمى بمعادلات الانحدار البسيط وإذا حصلنا عليها من حيث علاقة مجموعة الرياضيات فى المرحلة الثانوية بمجموعة درجات السنة الإعدادية بكلية الهندسة توقعا، الأمر الذى يستخدم فى التوجيه العلمى فإما أن نشجع الطالب على الالتحاق بكلية الهندسة أو نحذره من التقدم إليها.

وهناك معادلات الانحدار المتعدد Multiple Recession Equations وبها نتنبأ بدرجة الطالب فى نهاية الفرقة الإعدادية بمعرفة درجات الرياضيات والفيزياء واللغات فى امتحان الثانوية العامة. وثبت أن التنبؤ عن الانحدار المتعدد أصدق من التنبؤ من الانحدار البسيط. مثل هذا التنبؤ يوفر الكثير من الجهد والنفقات حين يتوجه كل فرد إلى نوع التعليم الذى يتفق مع قدراته وميوله، دون الوقوع فى شراك طموح غير واقعى مضلل هدرا وفاقدا نفسه ولمن يخالطهم أيضا.

والخلاصة أن الإحصاء وسيلة بناء العلم وتطويعه للتطبيق العلمى. وقال الكثيرون إن البحث والإضافة بالجديد إلى التراث العلمى

القائم لابد أن يكون معتمدا أساسا على الإحصاء، لأنه يصف ويربط ويجرب ويحلل ويتوقع.

التوزيعات التكرارية

البحث العلمي هو نشاط موجه نحو الكشف عن خواص ظاهرة ما بالوصف الدقيق ويتطلب البحث جميع البيانات وتصنيفها، وبعد ذلك تأتي مرحلة التحليل والاستخلاص. إذن من مراحل البحث الحصول على البيانات المطلوبة والتعامل معها بالتصنيف بما يسهل إعدادها لإجراء العمليات الإحصائية التالية سواء كانت وصفية أو تحليلية، ويتطلب الأمر وقفة لفهم البيانات الرقمية والجداول ٠٠ ثم ننتهي بالتوزيع التكراري.

البيانات الرقمية:

نحن نلاحظ أن الناس يختلفون في الوزن والطول والعمر والذكاء والميول والقدرات والطموح. فكل خاصية تتباين وتختلف من فرد إلى فرد. ولذلك نقول أن هناك فروقا فردية في قيمة الخاصية محل الدراسة.

ومن ثم يمكن تمثيل أطوال مجموعة من الأفراد على طول تدريج متصل يسمى متصل الخاصية ونوجد الفروق الفردية الناتجة Continuum Charaeteristis عن الاختلاف في النوع مثل متغير

الجنس ذكور، إناث، ومتغير الجنسية مصرى، ســورى، وفلســطينى، سعودى، ومتغير البيئة ريفى، حضرى، صحراوى.

ويعتمد الباحث فى هذه الحالة على التصنيف، وعــدد الحــالات التى تقع بين كل صنف، ويراعى وفرة فئات التصنيف كــى يتضمــن مختلف حالات البحث، كما ينبغى أن تكون هناك حــدودا موضوعيــة واضحة لكل فئة بحيث لا تقبل المفردة الواحدة التصنيف فى أكثر مــن فئة واحدة.

وحدات القياس:

فى العلوم الاجتماعية يتعامل الباحثون مع عينة البحث من حيث التحصيل الدراسى، القدرات، الاتجاهات، الطموح والتوافــق بتطبيــق الاختبارات النفسية، وبعد تصميمها ينال كل مفحوص درجــة إمــا أن تكون رقمية أو وصفية. فالطفل الذى ينطبق عليه اختبار الذكاء قد تكون نسبة ذكائه ١٠٠ وهى وحدة رقمية، وقد تحول نسبة الذكاء إلى رتبــة فنقول أنه متوسط الذكاء، وهى وحدة وصفية.

الوحدات الرقمية:

من الملاحظ أن معظم المقاييس السيكولوجية والتربويــة ينتــج عنها درجات رقمية لكن المشاهد أن صفر التدريج لا ينطبق بالضرورة على صفر متغير الخاصية التى يقيسها الاختبار، فالصفر معناه انعــدام

وجود الخاصية، وعلى هذا الأساس نجد أن مقاييس الحرارة تشترك مع المقاييس السيكولوجية من حيث عدم انطباق صفر التدريج دائما على صفر الخاصية التى نبتحثها، فبالنسبة لدرجات الحرارة إذا كانت درجة حرارة ثلاجة تساوى صفرا فليس معنى هذا انعدام الحرارة لأنها فعلا أعلى من حرارة الثلاجة التى درجة حرارتها ١٥ درجة مئوية فالصفر لا يعنى انعدام درجة الحرارة، وبالمثل إذا كان جسم حرارته ٣٠ درجة وزادت حرارته إلى ٦٠ درجة فلا ينبغى القول أن حرارته الآن ضعف حرارته السابقة، فالنقطة على التدريج لا تنسب إى نقطة أخرى على التدريج ما لم تكن صفر التدريج هو صفر الخاصية.

فالطفل الذى يحصل على صفر فى اللغة العربية لا يعنى أنه لا يعرف اللغة العربية على الإطلاق، أنه يعرف اللغة العربية ولكن وحدات الاختبار لم تكن حساسة ودقيقة فى قياس المستوى التحصيلى المنخفض للتلميذ فى اللغة. وهكذا يقع صفر تدريج اللغة أعلى صفر اللغة ولا ينطبقان على بعضهما البعض.

الملاحظة الثانية على وحدات القياس الرقمية فى المقاييس النفسية والاجتماعية أن الفرق بين درجتين لا يكون مساويا لنفس الفرق بين درجتين أخريتين. فمثلا طفل حصل فى اختبار قبلى على ٢٠ درجة، وفى الاختبار البعدى على ٣٠ درجة بمعنى أنه تحسن بمقدار

١٠ درجات، بينما طفل آخر حصل على ٨٠ درجة فى الاختبار القبلى كما حصل على ٩٠ درجة فى الاختبار البعدى فتحسنت درجاته هو الآخر بمقدار ١٠ درجات، وعلى الرغم من أن الطفلين زاد كل واحد منهما بمقدار ١٠ درجات إلا أنهما غير متساويين فى الزيادة، لأن الأول ضعيف والزيادة التى حصل عليها يسيرة ولكن الثانى متميز وزيادته فيها جهد. عموما فإن وحدات تلك المقاييس هو وحدات مطاطة، لذلك ينبغى معالجة هذه المشكلة إحصائيا.

الوحدات الوصفية:

من أمثلة الوحدات الوصفية التقديرات: ممتاز، جيد جدا، جيد، مقبول، ضعيف، ضعيف جدا. وفى مقاييس الاتجاهات النفسية أوافق جدا، أوافق متردد، غير موافق، غير موافق بالمرة، ويمكن استبدال هذه التقديرات بدرجات رقمية مثل ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١. وبالمثل إذ نعطى الإجابة الصحيحة وغير الصحيحة ١ أو صفرا على الترتيب. وهو نوع من استبدال الوصف بالرقم. وعموما فإن هناك طرق إحصائية لاستبدال الأوصاف بأرقام حسب التوزيع التكرارى للوحدات الوصفية، ومدى اتساقها مع التوزيع الاعتدالى إلى المعيارى.

الوحدات المنفصلة:

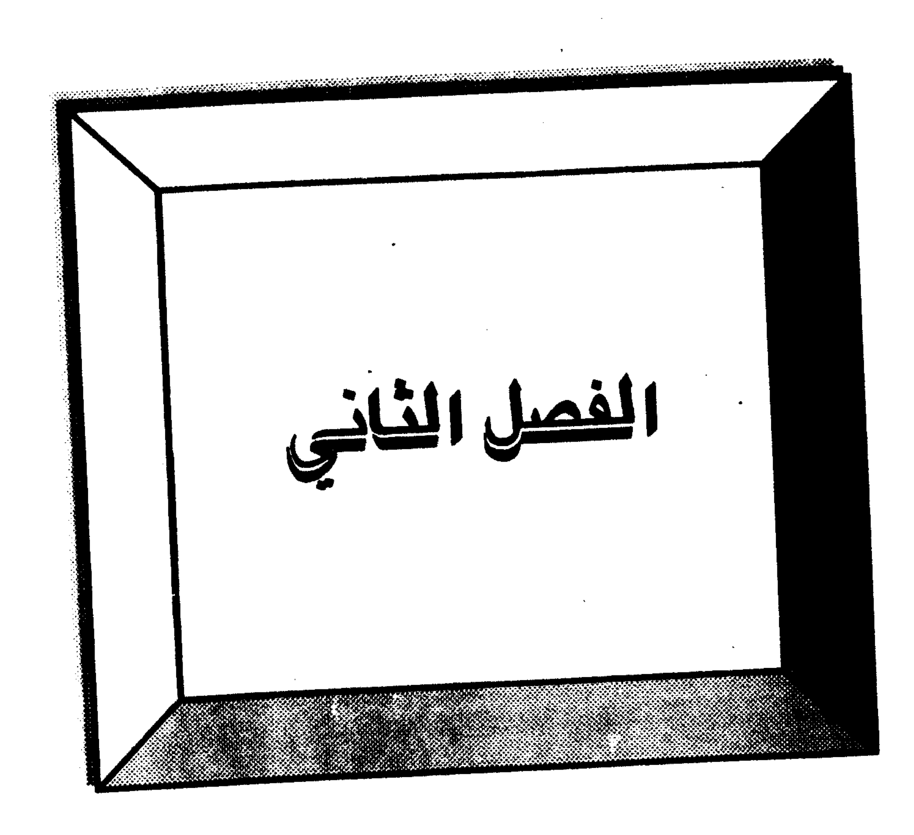
تنقسم الوحدات الرقمية إلى وحدات متصلة وتسمى وحدات مستمرة، وإلى وحدات منفصلة، والمقصود بالوحدات المنفصلة عندما تقع جميع الحالات عند نقاط التدريج ولا يقع بينها، مثلا عدد أفراد الأسرة لابد وأن يكون عددا صحيحا ومن غير المعقول أن يكون عدد أسرة ٣٠١٥.

الوحدات المتصلة (المستمرة):

هى القيمة الرقمية التى تصنف المتغير، وفى قيمة تقريبية تعتمد إلى حد كبير على مدى حساسية أداة القياس فطول فرد ما يساوى مثلا ١٥٠ سم لا يعنى أن طوله يساوى هذا القدر بالضبط فربما يكون هذا الرقم مقربا إلى أقرب عشرة أو إلى أقرب أحاد أو إلى أقرب جزء من عشرة وهكذا. فالفرد الذى طوله ١٥٠ سم قد يكون طوله محصورا بين ١٤٥، ١٥٤، ١٤٩,٥، ١٥٠,٠١، ١٤٩,٩٥ حسب مستوى التقريب السابق.

وهناك حالات يصعب فيها تحديد نوع الوحدات المستخدمة، إليك هذا المثال: مقياس المعلومات العامة يتكون من ٥٠سؤالا، والسؤال الواحد إما أن تكون درجته صفرا أو واحدا صحيحا، وهكذا يتراوح درجات الطلاب بين الصفر إلى ٥٠ درجة وعلى هذا الأساس فلا يوجد

كسور في درجات الطلاب المفحوصين مساوية ٣٥.٦٧ وعلى هذا الأساس تكون الوحدات رقمية منفصلة، ولكن المتأمل يجد أ، اختبار المعلومات العامة لا تخرج عن كونه متغيرا متصلا درجاته مقربة إلى أقرب عدد صحيح، وهذا النوع من التقريب لا يسمح بوجود كسور، ومن ثم يظهر كما لو كان متغيرا منفصل الوحدات. المهم في هذا أن المقاييس النفسية والاجتماعية هي متغيرات متصلة، فليس من المعقول أن تكون الدرجة التي ينالها أحد المفحوصين مساوية ٣٥,٦٧، وعلى هذا الأساس تكون الوحدات رقمية منفصلة وهي نظريا متصلة، وأن الدرجة التي يحصل عليها فرد ما هي إلا نقطة على التدريج تمثل مدى من القيم، فالطالب الذي يحصل على ٤٩ في الامتحان فإن درجته الحقيقية قد تتراوح بين ٤٨,٥ إلى ٥٠,٤ عندما ننظر إلى أن الدرجات مقربة لأقرب عدد صحيح، لذلك أصبح تبرير أن الدرجة ٤٩ ترفع إلى ٥٠ عند جبر درجات الامتحانات النهائية.



الفصل الثاني



تبويب البيانات

وتعنى بذلك وضع البيانات فى صورة جداول توزيع تكـــرارى، ويهدف التوزيع التكرارى إلى تبسيط العمليات الإحصائية، وذلك بعرض البيانات فى صورة ميسرة ومناسبة كمـــا يـــهدف عمـــل التوزيعـــات التكرارية للبيانات أيضاً إلى صياغتها صياغة عملية تبين أهم المميزات الرئيسية لهذه البيانات.

العلامات التكرارية:

يرمز لتكرار أى درجة مرة واحدة بالرمز (/)، ويرمز للتكـــرار مرتين بالرمز (//)،كما يرمز (///) ثلاث مرات ونستمر في هذه العملية حتي نصل إلى الرمز (////) لتوضيح التكرارات لخمس مرات ويطلـــق على هذا الرمز الأخير اسم الحزمة.

مثال :

الدرجات التالية تمثل درجات ٥٠ طالب في امتحان مقرر علـــم النفس التربوي :

٦	٥	٥	٦	٧		٢	٦	٦	٥
٧	٧	٧	٦	٦	٧	٥	٨	٧	٥
٦	٧	٤	٨	٦	٧	٧	٦	٣	٥
٦	٦	٦	٥	٩	٧	٧	٧	٥	٤
٥	٦	٣	٦	٥	٦	٦	٨	٥	٩

جدول(١)

يوضح طريقة حساب التكرارات من العلامات التكرارية

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	/	١
٣	//	٢
٤	//	٢
٥	///// ///// /	١١
٦	///// ///// ///// //	١٧
٧	///// ///// //	١٢
٨	///	٣
٩	//	٢
المجموع		٥٠

الفئات التكرارية :

عندما يزداد تشتت درجات مجموعة من الأفراد في أحد الاختبارات النفسية أو التحصيلية (اختبار التفكير الابتكاري مثلا)كأن تكون أقل درجة هي ٥ وأعلى درجة هي ٣٠٠فإن الجدول التكراري يصعب تسجيله بصورة واضحة، ففي مثل هذه الحالات يستحسن جمع هذه الدرجات في فئات تحتويها وترصدها في صورة موجزة بسيطة.

مثال :

فيما يلي الجدول التالي يبين توزيع تكراري بنسبة ٥٥ طالبا عن درجاتهم التحصيلية في أحد مقررات الإحصاء التربوي . وقد قسمت الدرجات إلى فئات طول كل منها ٥.

جدول (٢)

يوضح طريقة حساب التكرارات من العلاقات التكرارية

فئة الدرجة	العلاقات التكرارية	التكرارات
١٨-٢٢	//	٢
٢٣-٢٧	////	٤
٢٨-٣٢	/ ~~////~~	٦
٣٣-٣٧	/// ~~////~~	٨
٣٨-٤٢	// ~~////~~ ~~////~~	١٢
٤٣-٤٧	// ~~////~~	٧
٤٨-٥٢	~~////~~	٥
٥٣-٥٧	/ ~~////~~ ~~////~~	١١
المجموع		٥٥

وقد كتبت فئات الدرجات في الجدول السابق موضحا فيها الحد الأعلى والحد الأدنى لكل فئة، والفئة الأولى مثلا ١٨-٢٢ تعبر عن فئة الدرجات من ١٨ إلى ٢٢ وطول هذه الفئة هو ٥ درجات . ويتضح من

الجدول أن الفئات الواردة فيه لا تشتمل إلا على الدرجات الصحيحة فقط، وقد تحتوى بعض الفئات في كثير من الأحيان على كسور، لذلك فإن يفضل أن تكون فئات الدرجات كما هو موضح بالجدول السابق.

جدول (٣)

يوضح فئات الدرجات وتكرار كل فئة

الفئة	التكرار
١٨-	٢
٢٣-	٤
٢٨-	٦
٣٣-	٨
٣٨-	١٢
٤٣-	٧
٤٨-	٥
٥٣-	١١
المجموع	٥٥

فالفئة (١٨-) تدل على جميع الدرجات الصحيحة والكسرية ابتداء من الدرجة ١٨ إلى أقل من ٢٣، وتكون الفئة الأعلى منها مباشرة هي (٢٣-) التى تشمل جميع الدرجات ابتداء من ٢٣ لغاية أقل من ٢٨ والفئة الأعلى مباشرة من هذه الفئة هي (٢٨-) وهكذا.

ويسمي الجدول السابق بالجدول التكـواري Frequency Table ويطلق عليه اسم التوزيع التكراري Frequency Distribution وذلـك لأنه يدلنا على عدة مرات تكرار كل فئة مـن فئـات الدرجـات فـي المجموعة الأصلية المكونة من ٥٥ درجة .

عدد الفئات ومداها :

يرتبط عدد الفئات ارتباطاً وثيقاً بمدي طول كل فئة وحدودهـا، فعندما يزداد طول الفئة في أي توزيع تكراري فإن عدد الفئات يقل تبعا لذلك والعكس بالعكس. ويستحسن أن يكـون عـدد فئـات الدرجـات محصوراً بين ١٠،٢٠ فئة حتي يكون معقولاً ومناسباً .

حساب مدي الفئة :

يحسب مدي الفئة من العلاقات التالية :

المدى =(الحد الأعلى للفئة -الحد الأدنى للفئة)+١

ويضاف الواحد الصحيح لأنه بطرح الحد الأدنـى مـن الحـد الأعلى للفئة يكون الناتج أقل من عدد الدرجات بواحد :

حساب عدد فئات الدرجات :

يستخرج عدد فئات الدرجات بإتباع الخطوات التالية :

١-نبحث عن أكبر درجة وعن أصغر درجة .

٢-نسحب المدى الكلي للدرجات كما يلي :

المدى الكلي = (أكبر درجة - أصغر درجة)+١

٣-نقسم المدى الكلي على عدد مناسب من الفئات بحيث يتراوح بين ١٠و٢٠ فئة.

مثال :

فيما يلي درجات ٥٠ طالب في اختبار للميول العلمية :

٧٢	٧٠	٧٢	٨٢	٨٤
٦٨	٨٦	٩٦	٦٢	٨٠
٨٢	٨٥	٨٩	٨٧	٦٨
٨٩	٨٨	٨٤	٨٥	٨٧
٨١	٧٠	٧٨	٨٦	٨٦
٦٩	٧٩	٨٨	٨٦	٧٩
٧٧	٧٥	٦٨	٨٦	٧٩
٨١	٨٥	٧٨	٨٦	٩٠
٧٧	٧٣	٨٢	٩١	٦٧
٨٣	٨٦	٧٦	٧٨	٨٠

أ- كون جدول توزيع تكرارى بطول فئة قدره ٣.

ب- كون جدول توزيع تكراري نسبي للبيانات السابقة .

الحل:

(أ) جدول (٤)

فئات الدرجات والتكرارات

فئة الدرجات	العلاقات التكرارية	التكرارات
٦١-	//	٢
٦٤-	٠	٠
٦٧-	~~////~~	٥
٧٠ -	~~////~~	٥
٧٣ -	//	٢
٧٦ -	/ ~~////~~	٦
٧٩ -	/ ~~////~~	٦
٨٢-	/ ~~////~~	٦
٨٥-	~~////~~ ~~////~~	١٠
٨٨-	/ ~~////~~	٦
٩١-	/	١
٩٤-	/	١
المجموع		**٥٠**

(ب) جدول (٤)

التوزيع التكرارى النسبي

فئة الدرجات	احتمال التكرار	% للتكرار
-٦١	٠,٠٤	٤
-٦٤	٠٠	٠
-٦٧	٠,١٠	١٠
- ٧٠	٠,١٠	١٠
- ٧٣	٠,٠٤	٤
- ٧٦	٠,١٢	١٢
- ٧٩	٠,١٢	١٢
-٨٢	٠,١٢	١٢
-٨٥	٠,٢٠	٢٠
-٨٨	٠.١٢	١٢
-٩١	٠,٠٢	٢
-٩٤	٠,٠٢	٢
المجموع		

التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية Graphic Representation

قد يصعب علي الفرد فهم خواص التوزيع التكرارى من خــلال النظر إلي جدول لهذا التوزيع، لذلك فإنه يمكن للباحث أن يحول جـدول

التوزيع التكراري إلي رسم بياني تتضح فيه خـــواص هـــذا التوزيـــع بصورة أوضح مما يكون عليه الجدول، ويتم ذلك بـــأي صـــورة مـــن الصور التالية:

١- المدرج التكراري Histogram :

ويمكن الحصول على المدرج التكراري بتقسيم المحور الأفقـــي إلي أقسام متساوية، بحيث يزيد عدد هذه الأقسام عن عدد الفئات بواحـد علي الأقل، ويمثل كل قسم من هذه الأقسام فئة من فئـــات الدرجـــات. ويبدأ تقسيم هذا المحور من اليسار بفئة أصغر من أي فئة بالجدول، ثـم نقسم المحور الرأسي إلي عدد من الأقسام المتساوية عددها أكبر مباشرة من تكرار أكبر فئة في التوزيع التكراري، ثم نقيم علي كل قســـم مـــن الأقسام الأفقية مستطيلا ارتفاعه يساوى التكرار في الفئة التي يمثلها هذا القسم، وهكذا نحصل علي المدرج التكراري.

ولرسم المدرج التكراري ينبغي مراعاة ما يلي:

١-الشكل البياني له محورين أحدهما أفقي والآخر رأسي، وهذه يطلـق عليها غالبا اسم المحار الكارتيزية أو محمور (س) ومحور(ص).

٢-أنه من الشائع تمثيل فئـــات الدرجـــات علـــي المحـــور الأفقـــي والتكرارات علي المحور الرأسي.

٣-يستحسن أن يكون تقاطع المحورين عند نقطة الصفر بالنسبة لكـــل من المقياسين.

٤-يكون الرسم البياني المصغر صعبا في عمله ويكون أيضا صعبا في قراءته. فإذا كان المطلوب قراءة قيم علي الرسم البياني فإن الرسم الأكبر يكون أفضل في تحقيق هذا الهدف.

٥-ينبغي اختيار الوحدات المناسبة كأن يكون طول الوحدة علي المحو الأفقي ممثلا طول الفئة أو لنصف طول الفئة.

مثال:

مثل التوزيع التكراري الموضح بالجدول التالي بيانيا:

الفئة	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-٥٥
التكرار	٤	٦	١٢	٢٠	٢٥	٢٢	١١

باستخدام المدرج التكراري:

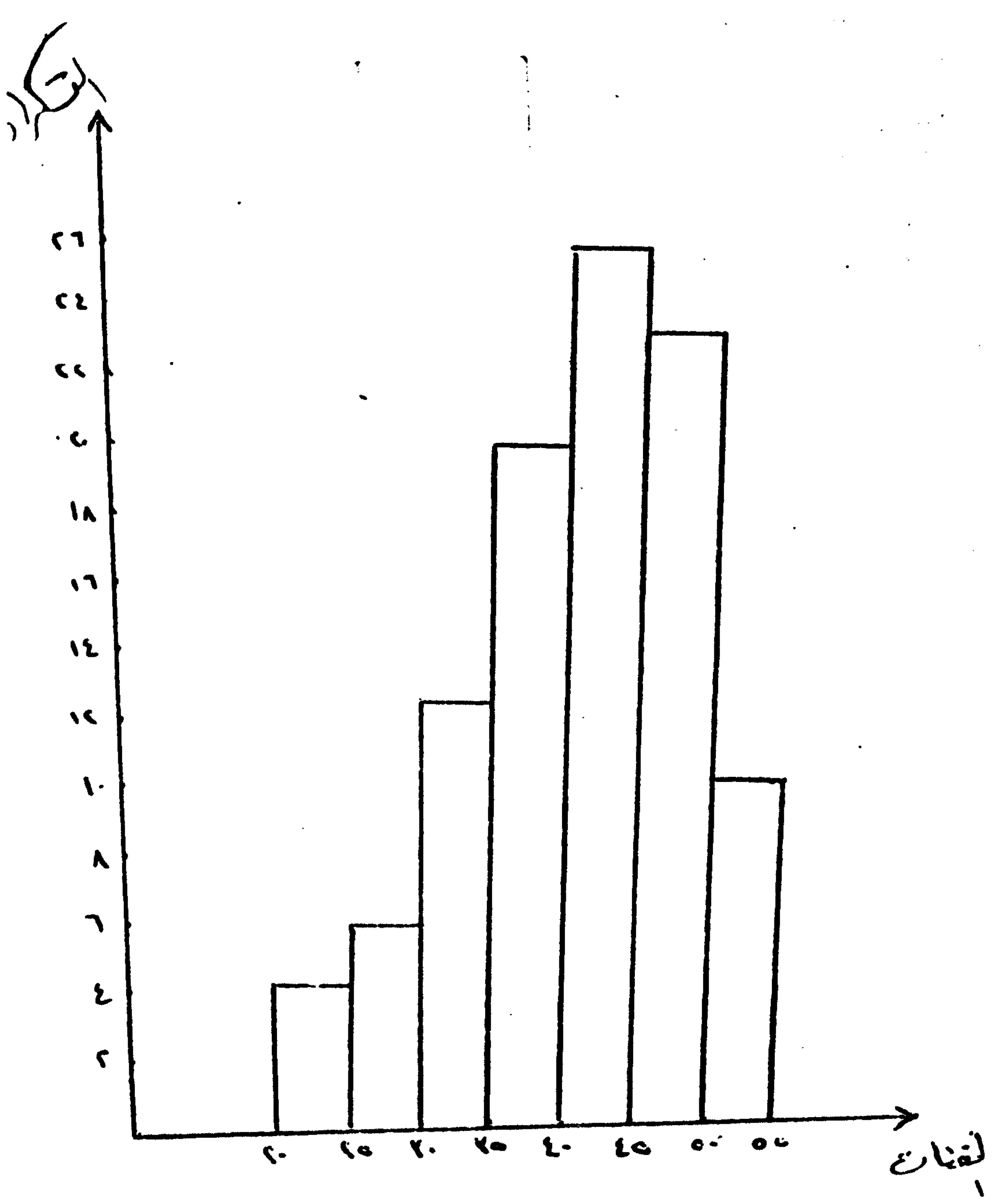
الحـــــــل

يبين شكل (١) المدرج التكراري للبيانات الواردة في التوزيـــع التكراري المبين في المثال حيث تم إتباع الخطوات التالية:

١-مثل الفئات علي المحو الأفقي والتكرارات علي المحور ارأسي.

٢-مثل كل فئة بواحد سنتيمتر وكل تكرار بنصف سنتيمتر.

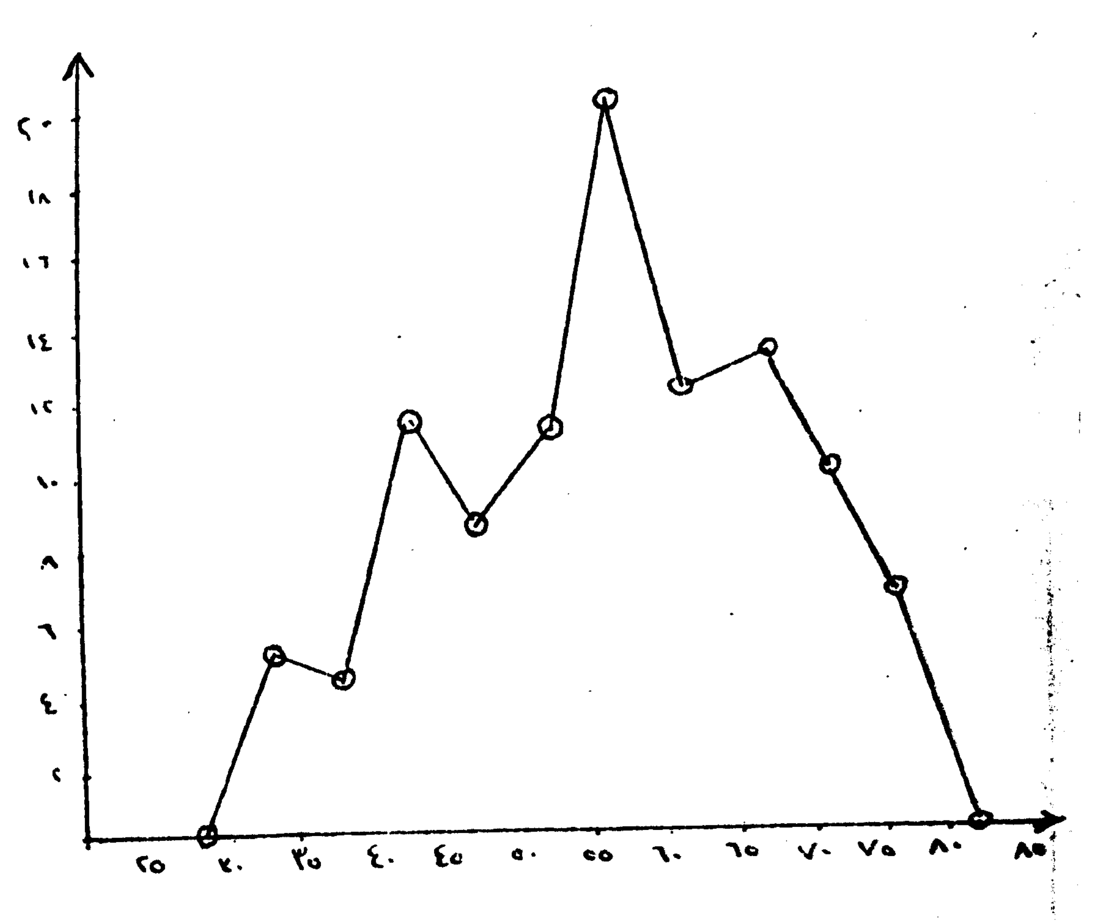
٣-ثم ارسم مستطيلات طول كل منها يساوى تكرار الفئة وعرضـــها يساوى ١سم كما هو موضح في الشكل (١).



شكل (١) المدرج التكرارى للتوزيع التكرارى المبين بالمثال (٢-٤)

٢- المضلع التكراري Polygon :

لتمثيل الجدول التكرارى بيانيا باستخدام المضلـــع التكـــراري، نستعمل المحور الأفقي لتمثيل الفئات والمحور الرأسي لتمثيل التكرارات كما فى المدرج التكراري ونتبع نفس الخطوات التي أتبعت فـــي رســـم المدرج التكرارى إلا أن التمثيل يختلف حيث ينبغي تحديد مراكز الفئات وتوضع نقطة وحولها دائرة عند كل فئة مقابل تكرارها ثم نصل هـــذه النقاط بخطوط ويستحسن هنا إضافة فئتين إحداهما أقل من أصغر فئـــة في التوزيع التكراري والأخري أعلي من أكـــبر فئـــة فيـــه. ويكـــون تكرارهما بالطبع صفرا.



شكل (٢) المضلع التكراري لدرجات ١٠٠ طالب في أحد الاختبارات المدرسية

مثـــال:

مثل البيانات الواردة في الجدول التالي الذي يبين فئات درجـات مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب في أحد الاختبارات المدرسـية بيانيـا باستمرار المضلع التكراري.

فئات التكرار	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-٨٠
التكرارات	٥	٤	١١	٨	١١	٢٠	١٢	١٣	١٠	٦

الحـــل

جدول (٦)

فئات الدرجات ومراكز الفئات والتكرارات

فئات الدرجات	مراكز الفئات	التكرارات
٣٠-	٣٢,٥	٥
٣٥-	٣٧,٥	٤
٤٠-	٤٢,٥	١١
٤٥-	٤٧,٥	٨
٥٠-	٥٢,٥	١١
٥٥-	٥٧,٥	٢٠
٦٠-	٦٢,٥	١٢
٦٥-	٦٧,٥	١٣
٧٠-	٧٢,٥	١٠
٧٥-٨٠	٧٧,٥	٦

٣- المنحني التكراري Frequency Curie :

لتمثيل جدول توزيع تكراري بيانيا باستخدام المنحني التكـــراري نقسم المحورين الأفقي والرأسي لتمثيل الفئات والتكرارات كما سبق أن أوضحنا في المضلع التكراري ونعين موقع مراكز الفئـــات كمـــا فـــي المضلع التكراري تماما ثم نرسم خطا ممهدا ومتصـــلا Smooth and Continuous بحيث يمر بكل النقاط التي تمثل مراكز الفئات.

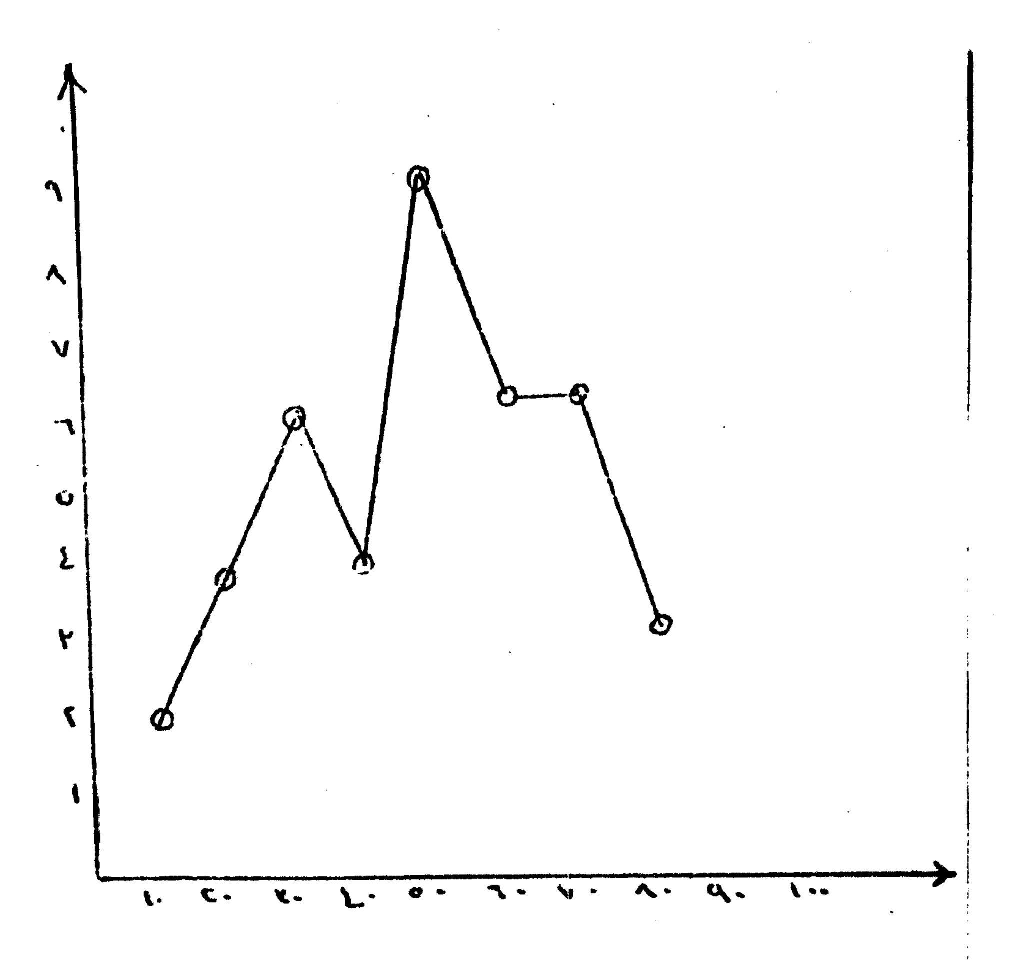
مثـــال:

مثل التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ تلميذ في مقرر اللغة العربية بالصف الأول بالمرحلة الثانوية العامة وبيانها كما هـــو موضـــح فـــى الجدول التالي:

فئات التكرار	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-٩٠
التكرارات	٢	٤	٦	٤	٩	٦	٦	٣

الحـــل

نتبع نفس الخطوات المستخدمة فى رسم المضلع التكراري ولكن لا نستخدم المسطرة في توصيل النقاط بعضها بالبعض الآخـــر وإنمـــا نصل هذه النقاط ببعضها بخط أملس يمر بكل النقاط بحيث يكون عـــدد النقاط أسفل الخط مساويا لعدد النقاط أعلي الخط كما هو موضح فـــى شكل (٣).



شكل (٣) المنحنى التكرارى لدرجات ٥٠ تلميذ فى مقرر اللغة العربية بالصف الأول الثانوى العام

التوزيع المتجمع لفئات الدرجات:

في بعض الأحيان يحتاج الباحث النفسي أو التربوي إلي تحديد نسبة عدد الأفراد الذي تقل درجاتهم أو تزيد عن حد معين وفي هذه الحالة يقوم الباحث بعمل توزيع تكراري متجمع تصاعدي أو تنازلي حسب حاجته وفيما يلي طريقة عمل التوزيعين التكراري المتجمعين التصاعدي والتنازلي والتمثيل البياني لكل منهما:

١-التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي:

يحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات للتعرف علي عدد الذين حصلوا علي درجات أقل من مستوى معين والمثال يوضح ذلك. كما يوضح طريقة التمثيل البيانى للتوزيع المتجمع التصاعدي.

مثـــال:

حول التوزيع التكراري التالي إلي توزيع متجمع تصاعدي ثم مثله بيانيا بمنحني تكراري متجمع تصاعدي.

فئات الدرجة	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠
التكرارات	٥	٨	٧	١٢	١٣	١٥	٢٠	١٤	٦

الحــــل

أولا: التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي لفئات الدرجات:

الجدول (٧) يبين طريقة عمل التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي للبيانات الواردة في الجدول السابق:

جدول (٧)

فئات الدرجات والتكرارات - الحدود الدنيا للفئات فأقل - التكرار المتجمع التصاعدى

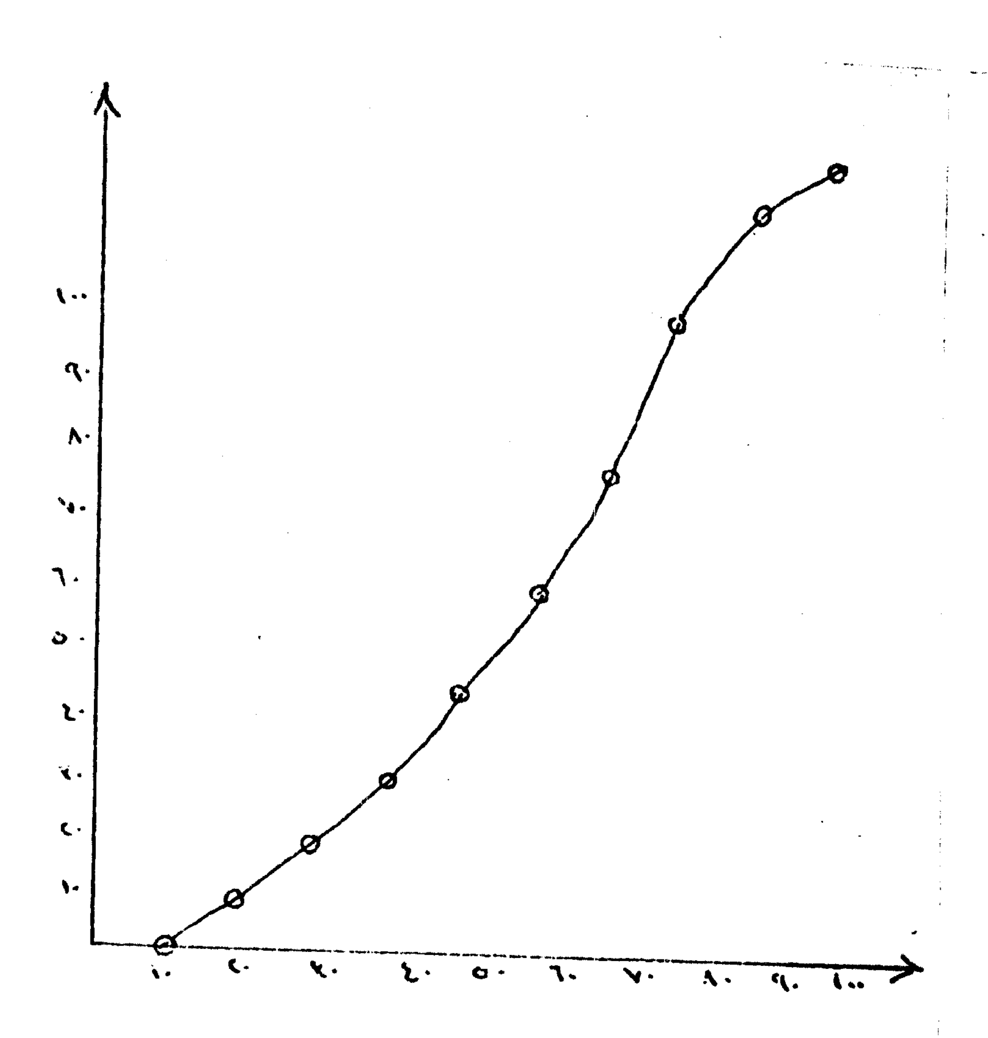
الفئة	التكرار	أقل من الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع
١٠-	٥	أقل من ١٠	صفر
٢٠-	٨	أقل من ٢٠	٥
٣٠-	٧	أقل من ٣٠	١٣
٤٠-	١٢	أقل من ٤٠	٢٠
٥٠-	١٣	أقل من ٥٠	٣٢
٦٠-	١٥	أقل من ٦٠	٤٥
٧٠-	٢٠	أقل من ٧٠	٦٠
٨٠-	١٤	أقل من ٨٠	٨٠
٩٠-١٠٠	٦	أقل من ٩٠	٩٤
		أقل من ١٠٠	١٠٠

فعندما نريد معرفة عدد الأفراد الذين لم يصلوا إلى مستوي الفئة التي تبدأ بالدرجة الأقل من ٤٠ فإنه بالاستعانة بالتكرار المتجمع التصاعدي الموضح في الجدول (٧) يمكن أن نتعرف علي هذا العدد الذي يساوي ١٣ فردا.

أي أن التكرار المتجمع لأي فئة يدل علي مجموع تكرار هذه الفئة وتكرار الفئات التي تسبقها.

ثانيا: المنحني التكراري المتجمع التصاعدي لفئات الدرجات:

يمكن تمثيل التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي كما هو موضح في الشكل رقم (٤) حيث يدل المحور الأفقي علي الحدود لدنيا لفئات الدرجات، ويدل المحور الرأسي علي التكرار المتجمع التصاعدي ونسمي الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمنحني التكراري المتجمع التصاعدي.



شكل (٤) التوزيع التكراري المتجمع التصاعدى

٢-التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي:

عندما يراد معرفة عدد الذين حصلوا على درجات أعلى من مستوى معين فإننا نستخدم التكرار المتجمع التنازلي والمثال يوضح طريقة حساب التوزي التكراري المتجمع التنازلي وتمثيله بيانيا.

مثــــال:

أخذت عينة عشوائية من مائة طالب من طلبة أحد المدارس الثانوية العامة بمدينة الإسكندرية، وتم قياس أطوال هؤلاء الطلبة، فوجد أن هذه الأطوال موزعة كما في الجدول التالي:

فئة الطول	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	١٥٠-	١٦٠-	١٧٠-١٨٠
عدد الطلبة	٨	١٤	١٨	٢٠	١٥	١٢	١١	٢

والمطلوب تحويل جدول التوزيع التكراري السابق إلى جدول توزيع تكراري متجمع تنازلي:

الحــــل

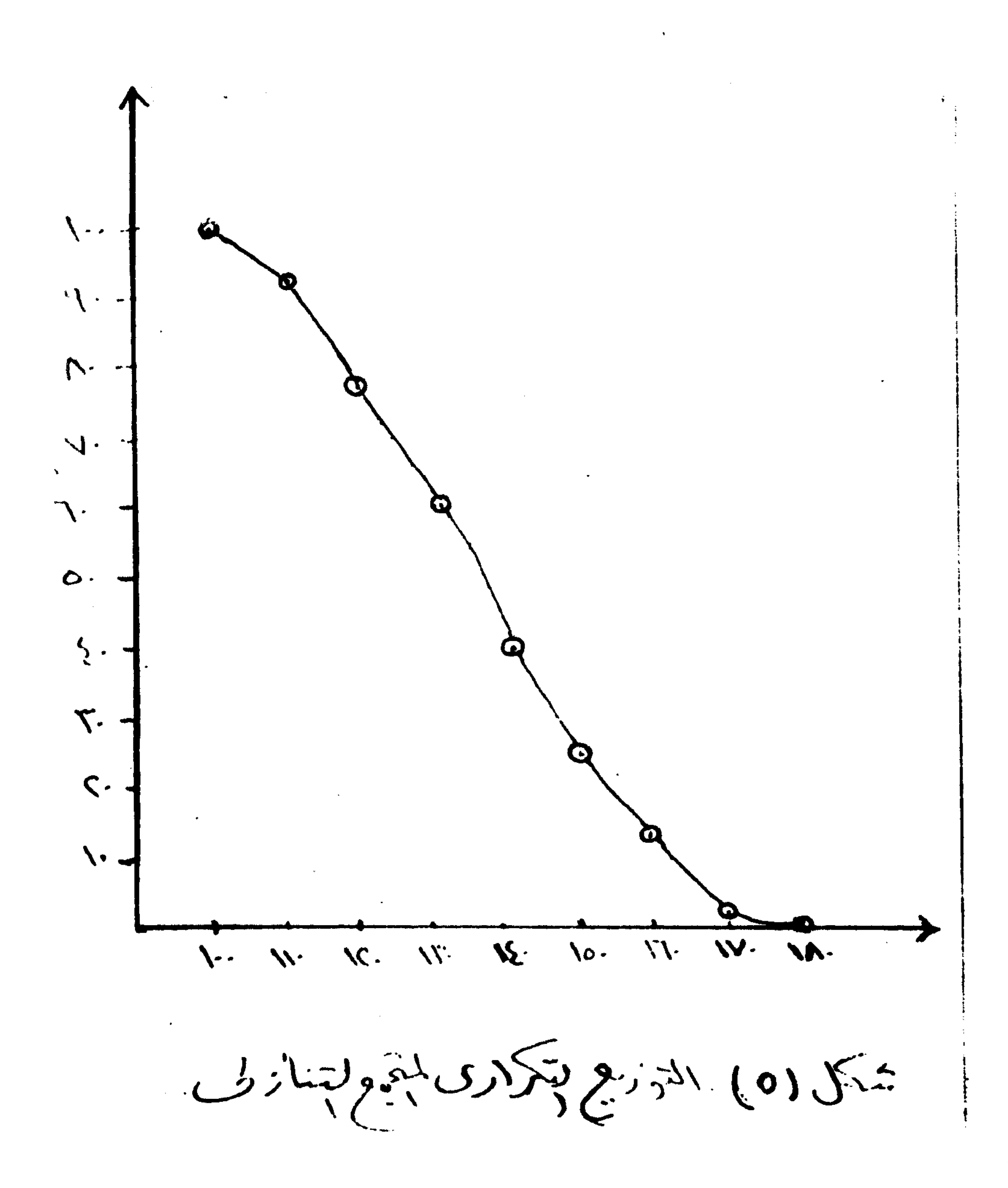
يبين جدول (٨) طريقة عمل التوزيع التكراري المتجمع التنازلي:

جدول (٨)

التوزيع التكراري المتجمع التنازلي لأطوال مائة طالب

فئات الطول بالسم	عدد الطلبة	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع التنازلي
-١٠٠	٨	١٠٠ فأكثر	١٠٠
-١١٠	١٤	١١٠ فأكثر	٩٢
-١٢٠	١٨	١٢٠ فأكثر	٧٨
-١٣٠	٢٠	١٣٠ فأكثر	٦٠
-١٤٠	١٥	١٤٠ فأكثر	٤٠
-١٥٠	١٢	١٥٠ فأكثر	٢٥
-١٦٠	١١	١٦٠ فأكثر	١٣
-١٧٠	٢	١٧٠ فأكثر	٢
-١٨٠		١٨٠ فأكثر	صفر
المجموع	١٠٠		

ويمكن تمثيل التوزيع التكراري المتجمع التنازلي لأطوال الطلاب كما هو موضح في الشكل.



شكل (٥) التوزيع التكراري المتجمع التنازلي

تمارين على الفصل الثاني

*****

١-الجدول التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب في اختبار لسرعة الأداء الحركي:

٤٤	٤٢	٤٠	٣٨	٣٨
٢٢	٢٠	١٨	١٦	١٠
٣٧	٣٦	٣٥	٣٤	٣٢
٢٨	٢٧	٢٧	٢٦	٢٤
٣٠	٣٠	٢٩	٢٨	٣٠

(أ) كون جدول فئات بطول فئة قدره ٣ للبيانات السابقة ؟

(ب) مثل البيانات المبوبة في جدول الفئات السابق تمثيلا بيانيا باستخدام المنحنى التكراري؟

(ج) حول التوزيع التكراري السابق إلى توزيع متجمع صاعد ونازل ثم مثلهما بيانيا؟

٢- البيانات التالية لمجموعة من الأفراد علي اختبار للقلق:

٥٢ ٤٤ ٣٨ ٢١ ٣١ ٣٦ ٥٠

٢١ ٦٢ ٥١ ٣٢ ٢٢ ٢٢ ٥٨

٢٨ ٣١ ١٦ ٤٦ ٢٨ ٣١ ٤٠

١٦ ١٥ ١٢ ١٧ ١٤ ١٤ ٤٧

٣١ ٥٤ ٣٤ ٢٨ ٥٢ ٢٨ ٢٠

(أ) كون جدول فئات للبيانات السابقة بحيث يكون عدد الفئات قدره ٨؟

(ب) مثل التوزيع التكراري الناتج بيانيا باستخدام كل من المضلع التكراري – والمنحنى التكراري؟

(ج) حول التوزيع التكراري السابق إلى توزيع متجمع صاعد ونازل ثم قم بتمثيلهما بيانيا؟

٣- حصل ٥٥ طالب في اختبار تحصيلي في مقرر دراسي علي الدرجات التالية:

٢٩ ٢٥ ٣٠ ١٧ ٣٠ ١٩ ٣٠ ٨ ١١ ٢٢

٢٧ ٨ ٢٥ ٢٠ ٢٣ ٢٠ ٢٢ ١٤ ٢٨

١٦ ٢٤ ١٨ ١٦ ٢١ ١٦ ١٦ ٣٣ ٢٢

٣٠ ١٧ ٣٤ ٢٠ ١٨ ٢٢ ١١ ١٥ ١٩

٣٠ ٢٢ ٢٠ ١٧ ٢٨ ٢٣ ١٥ ٢٠ ٢٧

٢١ ٢٠ ١٦ ١٢ ٢٥ ١٦ ١٨ ٢٧ ٢٢

(أ)كون الجدول التكراري لهذه الدرجات إذا كان:

- طول الفئة = ٣

- طول الفئة = ٥

(ب)كون الجدول التكراري النسبي في كل حالة؟

٤- احسب التكرار المتجمع التصاعدي والتكرار المتجمـــع التنـــازلي للتوزيع التكراري التالي:

فئات التكرار	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-٤٥
الدرجات	١	١٥	١٦	٢٠	٢٠	١٥	١٤	١٠



الفصل الثالث



تحليل البيانات

سوف ندرس تحليل البيانـــات لاســتنتاج المعلومـــات الممــيزة للظاهرة الممثلة بهذه البيانات وسنركز هنـــا علـــي مقـــاييس النزعـــة المركزية، ومقاييس التشتت. وتميل درجات أي توزيع تكــراري إلـــي التجمع عند متوسطة في المدى الموزع فيه تكراري إلي التجمـــع عنـــد نقطة متوسطة في المدى الموزع فيه التكرار، ويقل عدد المفردات كلما بعدنا عن هذه القيم المتوسطة من الطرفين، وهذا التجمع عنـــد نقطـــة متوسطة هو ما يسمى بالنزعة المركزية.

أولا: مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات):

١- المتوسط الحسابي.

٢- الوسيط.

٣- المنوال.

طرق حساب مقاييس النزعة المركزية:

١-المتوسط الحسابي Arithmetic Mean

إذا حصل طالب في مادة الجبر علي ٢٠/٥٠ في التطبيق الأول، ثم حصل نفس الطالب علي ٣٠/٥٠ في التطبيق الثاني فـــإن متوســط الدرجة التي حصل عليها في مادة الجبر هي درجـــات الطـــالب فـــي التطبيق الأول + درجات الطالب في التطبيق الثاني مقسوماً علـــي ٢ ، ويطلق علي هذه العملية لفظ "متوسط" ولذلك يعرف المتوسط الحســـابي بأنه الدرجة التي تتمركز حولها مجموعة من الدرجـــات فـــإذا رمزنـــا لدرجات الطلاب بالرمز س فإننا نرمز للمتوسط الحسابي بـــالرمز (س) أو (م) ، وفيما يلي طرق حساب المتوسط:

أ-حساب المتوسط من الدرجات الخام:

المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي) هو مجموع درجات الأفراد علي عددهم، ويمكننا استنتاج المتوسط الحسابي من المعادلة التالية:

$$\bar{س} = \frac{س_1 + س_2 + س_3 ...... + س_ن}{\bar{ن}}$$

حيث س١ ، س٢ ، س٣ ، .... درجات الطلاب في مادة ما

$$\bar{س} = \frac{مجـــ س ن}{ن}$$

حيث مجـــ س هو مجموع الدرجات، ن هي عدد الدرجات.

مثال (١): حصل مجموعة من الطلاب في اختبار الرياضيـــات علـــي الدرجات التالية، احسب المتوسط لدرجات الطلاب الآتيـــة فـــي مـــادة الهندسة:

.١٠ ، ١٢ ، ٥ ، ٣ ، ٨

الحـــــــــــل

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ س}}{ن} = \frac{٨+٣+٥+١٢+١٠}{٥} = ٧,٦$$

تمرين (١): طبق اختبار لقياس الميول العلمية لمجموعة من الطـــلاب فكان درجاتهم كالتالي احسب المتوسط الحسابي؟

أ- ٢٥ ، ٧ ، ١٣ ، ٨ ، ١٦ ، ٦ ، ٩

ب- ٨ ، ٦ ، ٥ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، ٤ ، ٢ ، ١٠

ب-حساب المتوسط الحسابي من درجات التوزيع التكراري لدرجـــات مفردة:

عندما تكون الدرجات كبيرة فإننا نضع هذه الدرجات في صورة توزيع تكراري، وقد يكون هذا التوزيع بسيطا أو ذات فئات حسب عـدد المفردات.

مثال (١): أوجد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي:

س	٢	٤	٦	٨	١٠
ك	٣	٧	٥	٣	١

الحـــل: نقوم بضرب كل درجة في التكرار المقابل ثم نجمع حـــاصل الضرب، ثم نجمع التكرارات، وبعد ذلك نقسم حـــاصل الجمـــع علـــي مجموع التكرارات فنحصل علي المتوسط الحسابي، ويعطي بالمعادلـــة التالية:

$$\bar{س} = \frac{مجـ (س \times ك)}{مجـ ك}$$

س	ك	س × ك
٢	٣	٦
٤	٧	٢٨
٦	٥	٣٠
٨	٣	٢٤
١٠	١	١٠

مجـ ك = ١٩ مجـ (س×ك)=٩٨

$$\bar{س} = \frac{٩٨}{١٩} = ٥,١٥$$

مثال آخر: احسب الوسط الحسابي من التوزيع التكراري الموضح بالجدول التالى: حيث س درجات الطلاب في مادة الجبر، ك التكرار.

س	ك	س × ك
١	١	١
٢	٢	٤
٣	٨	٢٤
٤	٣	١٢
٥	١	٥
صفر	١	صفر

مجـ ك = ١٦ ، مجـ (س×ك) = ٤٦

$$\bar{س}\,(م) = \frac{مجـ\,(س\times ك)}{مجـ\,ك} = \frac{٤٦}{١٦} = ٢,٩$$

تمرين:

أ- حصل ثلاثون تلميذا علي الدرجات التالية في اختبار يتكون من عشرة عمليات ضرب:

١٨	١٧	١٣	٩	٦	١٢	١٢	١٥	١٥	١٤
٨	٨	١١	١٦	١٩	٥	١٢	٧	١٤	١٧
١٩	١١	٨	٤	١٥	١٣	١٢	٤	٨	١٥

أوجد تكرار كل درجة، والدرجة المتوسطة للفصل.

ب- أوجد المتوسط الحسابي للبيانات الموضحة في الجدول الآتي:

س	٢	٥	٦	٨
ك	١	٣	٤	٢

حساب المتوسطات من فئات الدرجات:

تعتمد طريقة حساب المتوسط من فئات الدرجات علي منتصف الفئة لأنه يدل عليها ويلخصها كما بينا في الفصل السابق.

وهكذا تصبح القيمة العددية لمنتصف الفئة الأولي هو ١٣ وامتدت حدودها من ١٠ إلي ١٤، وكان تكرارها ٢ فإننا نلجأ في حسابنا لمجموع درجات هذه الفئة الأولي إلي ضرب تكرارها في منتصفها أي ٢ × ١٢ = ٢٤، ونكتفي بهذا الناتج علي أنه يساوي تقريبا المجموع الذي نبحث عنه، وهكذا نستمر في حسابنا لمجموع درجات كل فئة بنفس الطريقة حتي ننتهي من جدول التوزيع التكراري لفئات الدرجات، ثم نجمع هذه النواتج لنحصل بذلك علي المجموع الكلي للدرجات، وعندما نقسم هذا المجموع علي عدد الدرجات فإننا نحصل علي المتوسط.

والجدول التالي يوضح هذه الطريقة:

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
س	ت	ت × س
٢	١	١ × ٢ = ٢
٣	٢	٢ × ٣ = ٦
٤	٢	٢ × ٤ = ٨
٥	١١	١١ × ٥ = ٥٥
٦	١٧	١٧ × ٦ = ١٠٢
٧	١٢	١٢ × ٧ = ٨٤
٨	٣	٣ × ٨ = ٢٤
٩	٢	٢ × ٩ = ١٨
المجموع ع مجـ ت = ن = ٥٠ ، مجـ (ت×س) = ٢٩٩		

وتتلخص خطوات حساب المتوسط في معرفة مجموع الدرجات، وهذا يساوي مجموع تكرار كل درجة في قيمتها وهو في مثالنا هذا ٢٩٩ ، وبما أن عدد الدرجات يساوي ٥٠ إذن فالمتوسط يساوي ٢٩٩/٥٠ = ٥,٩٨ ، ويمكن أن نلخص هذه العمليات في الصورة التالية:

المتوسط = مجموع نواتج ضرب تكرار كل درجة في قيمتها / عدد الدرجات

المتوسط = مجـ (ت × س) / ن

حيث يدل الرمز ت على التكرار:

فئات الدرجات	منتصف الفئة ص	التكرار ت	التكرار × منتصف الفئة ت × ص
١٠-١٤	١٢	٢	٢٤
١٥-١٩	١٧	٨	١٣٦
٢٠-٢٤	٢٢	٦	١٢٢
٢٥-٢٩	٢٧	٢	٣٢٠
٣٠-٣٤	٣٢	٢٧	٨٦٤
٣٥-٣٩	٣٧	١٦	٥٩٢
٤٠-٤٤	٤٢	١٤	٥٨٨
٤٥-٤٩	٤٧	٨	٣٧٦
٥٠-٥٤	٥٢	٥	٢٦٠
٥٥-٥٩	٥٧	٢	١١٤
		مجـ ت= ١٠٠ = ن	مجـ (ت×ص)=٣٤١٠

وهكذا نري أن متوســـط درجـات هــذا الجـــدول يســاوي ٣٤١٠/١٠٠ = ٣٤,١ ، ويمكن أن نلخص هذه العملية فــي الصــورة التالية:

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع نوأتج ضرب تكرار كل درجة في قيمتها}}{\text{عدد الدرجات}}$$

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ ت ص}}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ص علي منتصف الفئة.

هذا وبالرغم من السرعة التي تتميز بها هــذه الطريقــة عــن الطريقتين السابقتين، إلا أنها تتأثر بالتقريب الذي ينشأ من تخليص جميع درجات كل فئة في منتصفها.

حساب المتوسط بالطريقة المختصرة:

تهدف هذه الطريقة إلي اختصار وتبسيط العمليــات الحســابية الطويلة التي ظهرت بوضوح في الطريقة السابقة.

وهي تعتمد في حسابها للمتوسط علي فرض أن منتصفات الفئات تتزايد تزايدا يساوي واحدا صحيحا. أي أن المنتصفات يتلــو بعضــها بعضا بالطريقة التالية:

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ....

بدلا من الطريقة السابقة التي كانت تتزايد بها منتصفات الفئات تزايدا يساوي مدي كل فئة، أي بمعدل ٥ درجات. أي أنها كانت تتزايد بالطريقة التالية:

١٢ ، ١٧ ، ٢٧ ، ٣٢ ، ٣٧ ، ....

هذا وتمضي هذه الطريقة في تبسيطها للعمليات الحسابية فتفرض مركزا لهذه المنتصفات يساوي صفرا ويقع بالقرب من منتصف التوزيع التكراري حيث تبدأ منه منتصفات الفئات الفرضية تزيد في كل خطوة واحدا صحيحا في اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع، ونقص في كل خطوة واحدا صحيحا في اقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع.

أي أننا نتخذ بدء التدريج في منتصف التوزيع بدلا من أوله والمقارنة التالية في الجدول التالي توضح هذه الفكرة:

التدريج الذي يبدأ من أوله	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التدريج الذي يبدأ من منتصفه	٣-	٢-	١-	٠	١+	٢+	٣+

مقارنة بين نوعين من أنواع التدريج

ونستطيع أن نلاحظ في وضوح مدي تناقص القيمة العددية للتدريج الثاني عن التدريج الأول في المثال السابق.

هذا وسنستعين بهذه الوسائل المختصرة في حسابنا للمتوسط من فئات الدرجات في الجدول التالي:

الفئات	المنتصف الفرضي للفئة	التكرار	التكرار × المنتصف الفرضي
١٠-١٤	-٥	٢	-١٠
١٥-١٩	-٤	٨	-٣٢
٢٠-٢٤	-٣	٦	-١٨
٢٥-٢٩	-٢	١٢	-٢٤
٣٠-٣٤	-١	٢٧	-٢٧
			-١١١
٣٥-٣٩	٠	١٦	٠
٤٠-٤٤	+١	١٤	+١٤
٤٥-٤٩	+٢	٨	+١٦
٥٠-٥٤	+٣	٥	+١٥
٥٥-٥٩	+٤	٢	+٨
			+٥٣
			-٥٨

ويدل العمود الأول في الجدول السابق علي فئات الدرجات، وقد وضعنا خطا فوق الفئة التي تمتد أطرافها من ٣٥ إلي ٣٩ وخطا تحتها أننا فرضنا أنها تقع في نصف التوزيع ثم فرضنا أن منتصف هذه الفئة يساوي صفرا كما هو مبين بالعمود الثاني، وحسبنا تدريج منتصفات الفئات التي تسبقها، وتمتد منها إلي النهاية الصغرى للتوزيع علي أساس تناقصها التدريجي الذي يساوي – ١ لكل خطوة، وهكذا يمتد التدريج بالطريقة التالية:

-١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، -٥.

وحسبنا منتصفات الفئات التي تليها وتمتد منها إلي النهاية الكبرى للتوزيع علي أساس التدريجي الذي يساوي -١ لكل خطوة، وهكذا يمتد تدريجها بالطريقة التالية:

+١ ، +٢ ، +٣ ، +٤.

هذا ويدل العمود الثالث علي تكرار فئات الدرجات، أما العمود الرابع فيدل علي نواتج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية للفئات. وقد سجلنا مجموع الأعداد السالبة في أسفلها وإلي يسارها، وسجلنا أيضا مجموع الأعداد الموجبة في أسفلها وإلي يسارها ليسهل علينا حساب المجموع الكلي لنواتج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية للفئات.

وهكذا يصبح المتوسط الفرضي مساويا لناتج قسمة المجموع الفرضي لنواتج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية لكل فئة علي عدد الدرجات.

$$\text{وهذا يساوي } \frac{-٥٨}{١٠٠} = -٠,٥٨$$

أي أن:

$$\text{المتوسط الفرضي} = \frac{\text{مجـ (ت × ض)}}{\text{ن}}$$

حيث تدل ض علي المنتصفات الفرضية للفئات.

لكن مدي الفئة لا يساوي واحدا صحيحا كما فرضنا، ولكنه يساوي ٥ ، إذن فعلينا أن نضرب هذا الناتج في ٥ لنصحح هذا التقدير الفرضي.

أي ٥ × ٠,٥٨ = -٢,٩.

هذا وقد افترضنا أن منتصف الفئة ٣٥-٣٩ التي بدأ منها التدريج الفرضي مساويا للصفر وحقيقته ٣٧، إذن فعلينا أن نبدأ حسابنا من ٣٧ حتى نصحح هذا الفرض الأخير، وذلك بإضافته إلي النتيجة السابقة أي أن المتوسط الحقيقي يحسب بالطريقة التالية:

المتوسط الحقيقي = ٥ (-٠,٥٨) + ٣٧

= -٢,٩ +٣٧

= ٣٤,١١

وهذا هو نفس المتوسط الذي حصلنا عليه في الطريقة السابقة التي كانت تعتمد علي المنتصفات الحقيقية للفئات وعلي تكرار كل فئة.

متوسط المتوسطات أو المتوسط الوزني:

إذا كان متوسط مجموعة ما من الدرجات مساويا ٤، وكان متوسط مجموعة أخري مساويا ٦ فقد يتبادر إلي الذهن أن متوسط المجموعتين يحسب بالطريقة التالية:

$$\frac{٤ + ٦}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

ولن تكون هذه الإجابة صحيحة إلا إذا كان عدد درجات المجموعة الأولي مساويا لعدد درجات المجموعة الثانية، ونضرب لذلك المثال التالي:

المجموعة الأولي تتكون من ٣ ، ٤ ، ٥

ومتوسطها = $\frac{٣ + ٤ + ٥}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$

المجموعة الثانية تتكون من ٥ ، ٦ ، ٧

ومتوسطها = $\frac{٥ + ٦ + ٧}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$

وقد يتبادر إلي الذهن أن متوسط الاثنين = $\frac{٤ + ٦}{٢} = ٥$

وعندما نحسب متوسط المتوسطين بالطريقة التي اتبعت في حساب المتوسط العام نحصل علي:

أي أن المتوسط العام = $\frac{(٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦) + (٥ + ٦ + ٧)}{٥ + ٣}$

$$= \frac{٢٠ + ١٨}{٨}$$

$$= \frac{٣٨}{٨} = ٤,٧٥$$

والاختلاف بين هذا المتوسط الأخير ٤,٧٤ والمتوسط ي حسبناه أولا هو ٥ نتج عنه اختلاف عدد درجـــات المجموعـــة الأولـــي عـــن المجموعة التالية. ويمكن أن نلخص هذه الطريقة في المعادلة التالية:

$$\text{متوسط المتوسطات} = \frac{\text{مجموع درجات المجموعة الأولي + مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولي + عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$\text{وبما أن المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$$

إذن مجموع الدرجات = المتوسط × عدد الدرجات

وهكذا يمكن أن نكتب معادلة متوسط المتوسطات فـــي صـــورة أبسط من الصورة السابقة إذا عوضنا عن مجموع الدرجات بما يساويه.

$$\therefore \text{متوسط المتوسطات} = \frac{\text{متوسط المجموعة × عدد درجاتها + متوسط المجموعة الثانية × عدد درجاتها}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى + عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$\text{أي أن متوسط المتوسطات} = \frac{م_١ \times ن_١ + م_٢ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

حيث إن:

$م_١$ = متوسط المجموعة الأولي.

$ن_١$ = عدد درجات المجموعة الأولي وهو يساوي أيضا

عدد أفراد المجموعة الأولي.

$م_١$ = متوسط المجموعة الثانية.

$ن_٢$ = عدد درجات المجموعة الثانية وهو يساوي أيضا

عدد أفراد المجموعة الثانية.

وباستخدام هذه المعادلة الأخيرة يمكن أن نستخرج متوسط المتوسطات، وذلك بمعرفة:

$م_١$ = ٤ ، $ن_١$ = ٥

$م_١$ = ٦ ، $ن_٢$ = ٣

$$\therefore \text{متوسط ومتوسطها} = \frac{٤ \times ٥ + ٦ \times ٣}{٥ + ٣}$$

$$= \frac{٢٠ + ١٨}{٨}$$

$$= \frac{38}{8}$$

$$= 4.75$$

وهذه النتيجة هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة المطولة السابقة.

ويسمى أحيانا متوسط المتوسطات بالمتوسط الوزني، وذلك أننا نضرب المتوسط الأول في عدد درجاته، أي أننا نزيد وزنه، وكذلك نضرب المتوسط الثاني في عدد درجاته أي أننا أيضا نزيد وزنه.

وليست هذه الطريقة قاصرة علي حساب متوسط متوسطين، بل يمكن أي تمتد لأي عدد من المتوسطات، ولنضرب لذلك المثل التالي الذي يهدف إلي حساب متوسط المتوسطات الأربعة التالية:

$م_1 = 7$ ، $ن_1 = 7$

$م_2 = 8$ ، $ن_2 = 25$

$م_3 = 6$ ، $ن_3 = 35$

$م_4 = 11$ ، $ن_4 = 33$

$$\therefore \text{المتوسط الوزني} = \frac{(7\times7) + (8\times25) + (6\times35) + (11\times33)}{7 + 25 + 35 + 33}$$

$$\frac{٤٩ + ٢٠٠ + ٢١٠ + ٣٦٣}{١٠٠} = ٨,٢٢$$

الخواص الإحصائية للمتوسط:

تتلخص أهم الخواص الإحصائية للمتوسط الحسابي فيما يلي:

أ- مجموع الانحرافات:

مجموع الانحرافات عن المتوسط يساوي صفرا. والانحراف هو مدي بعد أو قرب أية درجة ما عن المتوسط، فمتوسط الدرجات التالية:

١ ، ٤ ، ٧ ، ٩ ، ١٣ ، ١٧، ١٩

يحسب بجمعها وقسمة المجموع علي عددها أي ٧٠/ ٧=١٠.

ويحسب انحراف كل درجة عن المتوسط بطرح المتوسط منها

الانحراف = الدرجة – المتوسط

وهكذا نري أن انحراف الدزجة ١ = ١ – ١٠ = -٩

وانحراف الدرجة ٤ = ٤ – ١٠ = -٦

وعندما نستمر في حسابنا لهذه الانحرافات نصل إلي الدرجة الأخيرة حيث نري أن:

انحراف الدرجة ١٩ = ١٩ – ١٠ = ٩.

والجدول التالي يوضح الدرجات وانحرافاتها عن المتوسط:

الدرجة	الانحراف (الدرجة – المتوسط)
١	– ٩
٤	– ٦
٧	– ٣
٩	– ١
	– ١٩
١٣	+ ٣
١٧	+ ٧
١٩	+ ٩
	+ ١٩
مجـ = ١٠	مجـ ح = صفر

انحرافات الدرجات عن متوسطها

وهكذا نري أن مجموع الانحرافات السالبة يساوي – ١٩ ومجموع الانحرافات الموجبة يساوي = ١٩ والمجموع الكلي للانحرافات يساوي صفرا.

ولهذه الخاصية أهمية كبري في حساب المتوسط بالطريقة المختصرة كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لتلك الطريقة، وذلك عندما

فرضنا متوسطا تخمينيا وحسبنا مجموع الانحرافـــات بالنســبة لذلــك المتوسط التخميني، ثم صححنا هذا المجموع ليصبح مساويا للصفر فـــي حسابنا للمتوسط الحقيقي.

وتعتمد الطريقة العامة لحساب المتوسط علي هـــذه الخاصيــة أيضا، فلو فرضنا أن م متوسط الدرجات س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤.

وفرضنا أن س١ ، س٢ ينحرفان انحرافا سالبا عن هذا المتوسط وأن س٣ ، س٤ ينحرفان انحرافا موجبا عن هذا المتوسط.

فإن مجموع الانحرافات السالبة = مجموع الانحرافات الموجبة

أي أن (م١ – س١) + (م – س٢) = (س٣ – م) + (س٤ – م)

∴م + م + م + م = س١ + س٢ + س٣ + س٤

∴ ٤م = س١ + س٢ + س٣ + س٤

$$\therefore \quad م = \frac{س١ + س٢ + س٣ + س٤}{٤}$$

$$\therefore \quad م = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}}$$

∴

$$\therefore \quad م = \frac{مجـ\ س}{ن}$$

وهذه هي المعادلة العامة التي تستخدم في حساب المتوسط من الأرقـــام الخام.

والمتوسط بهذا المعني هو مركز الثقل أو مركز الاتزان الـــذي تتعادل بالنسبة له جميـــع القـــوي أو جميـــع فـــروق هـــذه القـــوي أو الانحرافات.

ب- الدرجات المتطرفة:

يتأثر المتوسط بالدرجات منه تأثرا قليـــلا، ويتـــأثر بالدرجـــات البعيدة عنه تأثرا كبيرا.

فمتوسط الدرجات التالية:

٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

يحسب بجمعها وقسمة الناتج علي عددها ، أي أن:

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦}{٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$$

وإذا أضفنا إلي تلك الدرجات الدرجة قريبة من المتوسط ولتكـــن ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد ذلك لوجدنا أن:

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٥ + ٦}{٦} = \frac{٢٥}{٦}$$

المتوسط = ٤ $\frac{١}{٦}$

وإذا أضفنا إلي تلك الدرجات ١٠ بدلا من إضافة ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد تلك الإضافة، لوجدنا أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوي ٦/١.

المتوسط = $\frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ١٠}{٦}$ = $\frac{٣٠}{٦}$

المتوسط = ٥

أي أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوي واحدا صحيحا، وهذا الفرق الأخير أكبر من الفرق السابق لأن ١٠ تبعد عن المتوسط ٤ وحدات مما تبعد ٥ عن نفس المتوسط.

وهذه الخاصة توضح أهم عيوب المتوسط الحسابي، أي أن القيم المتطرفة في التوزيع تؤثر تأثيرا قويا علي المتوسط، وقد تجعله أحيانا غير صالح كمقياس من مقاييس النزعة المركزية، لأنه في تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجميع البيانات العددية.

ج- عدد الدرجات:

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات، ويميل إلي الاستقرار كلما كان هذا العدد كبيرا، فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلا فإن تأثير المتوسط بأية درجة يحسب علي أنه أجزاء من مائة لأن هذه المائة تمثل مقام الكسر الذي نحسب منه متوسط. وعندما يكون العدد ١٠٠٠ مثلا فإن تأثير

المتوسط بأية درجة يحسب علي أنه أجزاء من ألف، وهكذا نري أنـــه كلما زاد عدد الدرجات، زاد تبعا لذلك ميل المتوسط إلي الاستقرار وقل ميله للتغير والتذبذب.

د- جمع المتوسطات:

تجمع المتوسطات عندما يتساوي عدد درجات المجموعـــات أي عدد أفراد كل جماعة لأن كل فرد يحصل علي درجة واجدول التـــالي يوضح هذه الفكرة.

المجموعة الأولي للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	مجموع الدرجات المجموعة الأولي والثانية
٦	٤	١٠
٩	٨	١٧
١١	٩	٢٠
١٦	١٢	٢٨
٢٣	٢٢	٤٥
مجـ = ٦٥	مجـ = ٥٥	مجـ = ١٢٠
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢٤

ومن هذا نري أن : ١٣ + ١١ = ٢٤.

أي أن:

متوسط المجموعة الأولي + متوسط المجموعة الثانية =

متوسط مجموع درجات المجموعتين.

هـ- طرح المتوسطات:

تطرح المتوسطات عندما يتساوي عدد درجات المجموعات ، والجدول التالي يوضح هذه الفكرة.

المجموعة الأولي للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	مجموع الدرجات المجموعة الأولي والثانية
٦	٤	٢
٩	٨	١
١١	٩	٢
١٦	١٢	٤
٢٣	٢٢	١
مجـ = ٦٥	مجـ = ٥٥	مجـ = ١٠
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢

ومن هذا نري أن : ١٣ - ١١ = ٢

أي أن: متوسط المجموعة الأولي – متوسط المجموعة الثانية = متوسط فرق درجات المجموعتين.

أثر تغيير قيم الدرجات بمقدار ثابت

على المتوسط الحسابي

يفيد هذا الموضوع في توضيح مبررات تعدد صورة قانون المتوسط الحسابي التي سنستعملها فيما بعد، فإن البحوث والدراسات لا ينتج عنها درجات بسيطة كتلك التي سقناها في المقدمة، ولكن الدرجات تكون كبيرة عادة، ولعله في بيان أثر تغيير الدرجات بمقدار ثابت ما يفيد في الوصول إلي أساليب تيسر وسط قيم الدرجات الكبيرة وتسهل عملية حساب المتوسط.

١) إذا أضفنا مقدارا ثابتا إلي مجموعة من الدرجات فإن المتوسط الحسابي بعد الإضافة يساوي المتوسط الحسابي قبل الإضافة زائدا المقدار الثابت.

نفرض أن لدينا مجموعة من العمال أجورهم كالتالي:

٣٥ ، ٤٢ ، ٥٠ ، ٢١ ، ٥٨ ، ٣٤

∴ مجـ س = ٣٥ + ٤٢ + ٥٠ + ٢١ + ٥٨ + ٣٤

= ٢٤٠ جنيها

∴ ن = ٦ عمال

$$\therefore م = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{٢٤٠}{٦} = ٤٠ \text{ جنيها}$$

إذا أضفنا ٥ جنيهات لكل مرتب من المرتبات السابقة:

∴ مجـــ س = ٤٠ + ٤٧ + ٢٦ + ٥٥ + ٦٣ + ٣٩

= ٢٧٠ جنيها

∴ ن = ٦ عمال

∴ المتوسط الحسابي بعد الإضافة = $\frac{٢٧٠}{٦}$ = ٤٥ ج

∴ المتوسط الحسابي للأجر الشهري بعد الإضافة هو ٤٥ جنيها ويزيد بمقدار خمسة جنيهات أي المقدار الذي أضفناه علي المتوسط الحسابي قبل الإضافة الذي يساوي ٤٠ جنيها.

٢) بطرح مقدار ثابت من مجموع رقم الدرجات فإن المتوسط الحسابي بعد الطرح يساوي المتوسط الحسابي قبل الطرح ناقصا المقدار الثابت.

فإذا حصل مجموعة من الطلاب علي الدرجات الآتية:

٢٤ ، ٢٧ ، ٢٦ ، ٢٣ ، ٣٠

∴ مجـــ س = ٢٤ + ٢٧ + ٢٦ + ٢٣ + ٣٠ = ١٣٠

∴ ن = ٥ طلاب.

∴ م = $\frac{١٣٠}{٥}$ = ٢٦ درجة

إذا طرحنا ٢٠ درجة من كل درجة من الدرجات السابقة

∴ مجـ س = ٤ ، ٧ ، ٦ ، ٣ ، ١٠ = ٣٠

ن = ٥ طلاب

∴ المتوسط الحسابي بعد الطرح = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦ درجات

∴ المتوسط الحسابي للدرجات بعد الطرح هو ٦ درجات ويقل بمقدار ٢٠ درجة أي المقدار الثابت الذي طرحناه، وبالمقارنة بالمتوسط الحسابي قبل الطرح حيث يساوي ٢٦ درجة.

٣) عند ضرب مقدار ثابت في مجموعة من الدرجات فإن المتوسط الحسابي بعد الضرب يساوي المتوسط قبل الضرب مضروبا في المقدار الثابت.

٤) عند قسمة مقدار ثابت من مجموعة من الدرجات فإن المتوسط الحسابي للدرجات قبل القسمة يساوي المتوسط الحسابي للدرجات بعد القسمة مضروبا في المقدار الثابت.

تمـــارين

١- أوجد المتوسط الحسابي للدرجات المبينة:

٢ ، ٦ ، ٤ ، ٩ ، ٨

الحل

مجـ س = ٢ + ٦ + ٤ ٩ + ٨

= ٢٩

ن . = ٥

$$م = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٢٩}{٥}$$

= ٥,٨

٢- أوجد المتوسط الحسابي للدرجات الآتية:

٧٢ ؛ ٧١ ، ٧٩ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧١

الحل

نخفض الدرجات بطرح ٧٠ من كل درجة القيم بعد الطرح

٢ ، ١ ، ٩ ، ٦ ، ٧ ، ١

مجـ س (س-٧٠) = ١ + ٩ + ٦ + ٧ + ١

ن عدد الحالات = ٦

م (متوسط الدرجات المنخفضة) = $\frac{٢٦}{٦}$ = ٤,٣٣

∴لكي نحسب متوسط الدرجات الأصلية نضيف المقدار الثابت الذي سبق أن طرحناه وهو ٧٠

م = م + المقدار الثابت المطروح

م = ٤,٣٣ + ٧٠ = ٧٤,٣٣

حل آخر : (بدون تخفيض الدرجات)

مجـ س = ٧٢ + ٧١ + ٧٩ + ٧٦ + ٧٧ + ٧١

= ٤٤٦

ن = ٦

م = $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$ = $\frac{٤٤٦}{٦}$ = ٧٤,٣٣

٣- أوجد المتوسط الحسابي للدرجات الآتية:

١٥، ٥ ، ٢٥، ٧٥ ، ٤٥ ، ٣٥ ، ٥٠

نلاحظ أن الدرجات هي مضاف الخمسة ، ويمكن حل المسألة بطريقتين:

الحل: باختصار الدرجات

نقسم جميع القيم على مقدار ثابت هو ٥

القيم بعد القسمة (القيمة مختصرة)-

س = ٣ ، ١ ، ٥ ، ١٥ ، ٩ ، ٧ ، ١٠

مجـ س = ٣ + ١ + ٥ + ١٥ + ٩ + ٧ + ١٠

= ٥٠

ن عدد الحالات = ٧

م متوسط الدرجات المنخفضة بعد القسمة =

م = مجـ س / ن = ٥٠ / ٧ = ٧,١٤

∴ المتوسط الحسابي المطلوب = المتوسط الناتج عن القسمة مضروبا في المقدار الثابت

= ٧,١٤ x ٥ = ٣٥.٧١

الحل بدون اختصار الدرجات :

مجـ س = ١٥ + ٥ + ٢٥ + ٧٥ + ٤٥ + ٣٥ + ٥٠ = ٢٥٠

ن = ٧

م = ٢٥٠ / ٧ = ٣٥,٧١

٤-أوجد المتوسط الحسابي للدرجات الآتية:

٣٠ ، ٩٠ ، ٦٠ ، ١٢٠ ، ٢٧٠ ، ١٥٠ ، ١٨٠ ، ٢٤٠

الحل: لعلنا نلاحظ أن الدرجات مضاعفات العشـــرة وبالتـــالي يمكـــن اختصار تلك الدرجات بالقسمة علي عشرة.

س (٣ ، ٩ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٧ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٤)

مجـ س = مجموع الدرجات بعد اختصارها بالقسمة علي عشرة

مجـ س = ٣ + ٩ + ٦ + ١٢ + ٢٧ + ١٥ + ١٨ + ٢٤

= ١١٤

ن = ٨

م = ـــــــ = ١١٤ / ٨ = ١٤,٢٥

متوسط الدرجات الأصلية = م = م × المقدار الثابت

م = م × ١٠ = ١٤,٢٥ × ١٠

= ١٤٢,٢٥

حل آخر: ولعلنا نلاحظ أن الدرجات مضاعفات ٣ ، وبالتالي يمكن أن نختصر تلك الدرجات بالقسمة علي ٣

س (بالقسمة علي ٣) ١٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ٩٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٨٠

مجـ س = ١٠ + ٣٠ + ٢٠ + ٤٠ + ٩٠ + ٥٠ + ٦٠ + ٨٠

= ٣٨٠

ن = ٨

م = ٣٨٠ ÷ ٨ = ٤٧,٥

م = م × المقدار الثابت الذي قسمنا عليه وهو ٣

= ٤٧,٥ × ٣ = ١٤٢,٥

حل آخر: نختصر القيم الواردة بالقسمة علي مقدار ثابت ٣٠

س هي ١ ، ٣ ، ٢ ، ٩ ، ٥ ، ٦ ، ٨

مجـ س = ١ + ٣ + ٢ + ٩ + ٥ + ٦ + ٨

= ٣٨

ن = ٨

م = ٣٨ ÷ ٨ = ٤,٧٥

متوسط الدرجات = م × المقدار الثابت الذي قسمنا عليه

م = ٤,٧٥ × ٣٠

= ١٤٢,٥

حل آخر: بدون اختصار الدرجات:

مجـ س= ٣٠ + ٩٠ + ٦٠ + ١٢٠ + ٢٧٠ + ١٥٠ + ١٨٠ + ٢٤٠

= ١١٤٠

ن = عدد الحالات

$$م = \frac{مجـ\ س}{ن} = ١١٤٠ ÷ ٨ = ١٤٢,٥$$

ملاحظات:

(١) لعلنا لاحظنا أن اختصار الأرقام يمكن أن يتم إمـــا بـــالطرح أو بالقسمة.

(٢) إذا طرحنا أو قسمنا علي مقدار ثابت فإن القيمة الأصلية الحقيقية تتغير قيمتها، ونحصل علي قيم بسيطة يمكن التعامل معها.

(٣) المتوسط الحسابي الذي نحصل عليه بعد الاختصار بالطرح أو القسمة ليس هو المتوسط الحسابي للدرجات الأصلية ولكنه المتوسط الحسابي الناتج عن الاختصار.

(٤) إذا كنا قد اختصرنا بالطرح، فإن المتوسط الحسابي للدرجات الأصلية يساوي متوسط الدرجات المختصرة مضافا إليها المقدار الثابت.

(٥) إذا اختصرنا بالقسمة، فإن المتوسط الحسابي للدرجات الأصلية يساوي متوسط الدرجات المختصرة مضروبا في المقدار الثابت.

٥- أوجد المتوسط الحسابي للدرجات الآتية بطريقتين:

٢١ ، ٧ ، ١٤ ، ٣٥ ، ٧٠

٦- أوجد المتوسط الحسابي للدرجات الآتية بطريقتين:

٥٧ ، ٥١ ، ٥٦ ، ٥٥ ، ٥٩ ، ٥٨

٧- حصل مجموعة من الطلاب علي الدرجات الآتية في امتحان خدمة الفرد:

١٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٢٠ ، ١٤ ، ٢٥

أوجد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في خدمة الفرد.

٨- مجموع درجات مجموعة من الطلاب في أحد اختبارات خدمة الجماعة هو ٢٧١ وعدد هؤلاء الطلاب ١٩ طالبا. فكم يكون متوسط درجات الطلاب في خدمة الجماعة؟

٩- متوسط درجات مجموعة من الطلاب في تنظيم المجتمع هو ١٦ وعدد الطلاب هو ٩، كم مجموع الدرجات التي حصل عليها الطلاب؟

١٠- سبعة طلاب، درجات ستة طلاب كالآتي:

٩، ٥، ٤، ٧، ٦، ٨

ومتوسط درجات الطلاب السبعة هو ٧. ما هي درجة الطالب السابع؟

١١- الجدول الآتي يوضح درجات مجموعتين من الأطفال:

الذكور: ٢ ٥ ٣ ٤ ٢ ١

الإناث: ١ ٧ ٨ ٥ ٤ ٩ ١٠

١٢- ضع علامة صح إذا كانت العبارة صحيحة، وعلامة خطأ إذا كانت خطأ:

- لا يجوز مقارنة متوسطي مجموعتين إذا كان عدد مفردات المجموعتين مختلفين.

- إذا كان لدينا مجموعتين، وعدد مفردات المجموعتين متساو، ومجموع درجات المجموعتين متساو، فإن متوسط درجات المجموعة الأولي يساوي متوسط درجات المجموعة الثانية.

- إذا كان متوسط مجموعة من الأفراد هو ٧ فإن درجات تلك المجموعة بعضها يقل عن ٧ وبعضها يزيد عن ٧.

- إذا كان متوسط أعمار مجموعة من الأفراد هو ١٥ سنة ومتوسط أعمار مجموعة أخري هو ١٧ سنة. فمعني ذلك أن جميع أعمار المجموعة الأولي أقل من ١٥ سنة وجميع أعمار المجموعة الثانية أكبر من ١٧ سنة.

- إذا أعدنا ترتيب درجات مجموعة من الطلاب في امتحان فإن المتوسط الحسابي يتغير ويصبح المتوسط الحسابي بعد الترتيب مختلفا عن المتوسط الحسابي قبل الترتيب:

حل ٨: مجـ س = ٢٧١ ، ن = ١٩

م = ٢٧١ ÷ ١٩ = ١٢,٢٦

حل ٩: م = ١٦ ، ن = ٩

م = مجـ س / ن

١٦ = مجـ س / ٩

مجـ س = ١٦ × ٩ = ١٤٤

حل ٩: م = ٧ ، ن = ٧

م = مجـ س / ن

ن = مجـ س / ٧

مجموع الدرجات السبع = ٧ × ٧ = ٤٩

مجموع الدرجات الست = ٩ + ٥ + ٤ + ٧ + ٦ + ٨ = ٣٩

الدرجة السابقة = ٤٩ – ٣٩ = ١٠

حل ١١: الذكور مجـ س = ١٧ ، ن = ٦

متوسط الذكور = ١٧ ÷ ٦ = ٢,٨٣

الإناث مجـ س = ٤٤

ن = ٧

متوسط الإناث = ٤٤ ÷ ٧ = ٦,٢٩

حل ١٢: خطأ ، صواب ، خطأ ، خطأ

١٣- فيما يلي درجات مجموعة من العمال في مقياس الرضا عن العمل:

الدرجة	٧	٨	٩	١٠	١١
التكرار	٢	٣	٥	٩	٦

احسب متوسط درجات العمال في مقياس الرضا عن العمل؟

حل ١٣:

س	ك	ك س
٧	٢	١٤
٨	٣	٢٤
٩	٥	٤٥
١٠	٩	٩٠
١١	٦	٦٦
	٢٥	٢٣٩

م = مجـ ك س / ن   مجـ ك س = ٢٣٩   ن = ٢٥ = مجـ ك

م = ٢٣٩ ÷ ٢٥ = ٩,٥٦

١٤- فيما يلي درجات مجموعة من الأحداث بإحدى المؤسسات في اختبار الابتكارية:

الدرجة	١٠	١١	١٢	١٤	١٥	١٧
التكرار	١	٢	٧	٩	٨	٣

فإذا كان عدد الأحداث الذين اشتركوا في الدراسة هو ١٠ طفلا، أوجد المتوسط الحسابي:

حل ١٤:

عدد الحالات الواردة بالجدول:

١ + ٢ + ٧ + ٨ + ٣ + س = ٢١ + س

∴ ٣٠ = ٢١ + س

∴ ٩ = س

س	ك	ك س
١٠	١	١٠
١١	٢	٢٢
١٢	٧	٨٤
١٤	٩	١٢٦
١٥	٨	١٢٠
١٧	٣	٥١
	٣٠	٤١٣

ن = مجـ ك = ٣٠

مجـ ك س = ٤١٣

$$م = \frac{مجـ\ ك\ س}{ن} = \frac{٤١٣}{١٥} = ١٣,٧٧$$

١٥- أوجد المتوسط الحسابي للريفيين والحضريين في اختبار الاتجاه نحو العمل في الصحراء. وبين أيهما أكثر اتجاها للعمل في تعمير الصحراء:

الفئات	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-
تكرار الريفيين	٤	٧	١١	١٥	٢٠	١٧
تكرار الحضريين	٥	٧	١٠	٨	٥	٣

حل ١٥: بالنسبة للريفيين:

الفئات	ك	ح	ك ح
٣٠-	٤	٣-	١٢-
٣٥-	٧	٢-	١٤-
٤٠-	١١	١-	١١-
٤٥-	١٥	٠	٠
٥٠-	٢٠	١	٢٠+
٥٥-	١٧	٢	٣٤+
المجموع	٧٤		٥٤+ ٣٧- ١٧+

$$أ = \frac{٤٥ + ٤٩}{٢} = \frac{٩٤}{٢} = ٤٧$$

ن = ٧٤

مجـ ك ح = ١٧

ط = ٥

$$م = أ + (\frac{مجـ ك ح}{ن}) ط$$

$$= ٤٧ + \frac{١٧}{٧٤} \times ٥$$

$$= ٤٧ + \frac{٣٧٠}{٧٤}$$

= ٤٧ + ١,١٥ = ٤٨,١٥

بالنسبة للحضريين:

الفئات	ك	ح	ك ح
٣٠-	٥	-٢	-١٠
٣٥-	٧	-١	-٧
٤٠-	١٠	٠	٠
٤٥-	٥	+١	+٨
٥٠-	٣	+٢	+١٠
٥٥-		+٣	+٩
المجموع	٣٨		+٢٧ -١٧ +١٠

$$أ = \frac{٤٠ + ٤٤}{٢} = \frac{٨٤}{٢}$$

= ٤٢

ن = مجـ ك = ١٧ ، ط = ٥

$$م = أ + (\frac{مجـ\ ك\ ح}{ن})\ ط$$

$$= ٤٢ + \frac{١٠}{٢٨} \times ٥$$

$$= ٤٢ + \frac{٥٠}{٣٨}$$

= ٤٢ + ١,٣٢ = ٤٣,٣٢

الريفيون أكثر اتجاها نحو العمل في الصحراء من الحضريين.

١٦- قام باحث بدراسة عن تغيير الاتجاهات باستخدام طريقة المحاضرة مع المجموعة الأولي، واستخدام الفيديو مع المجموعة الثانية، ثم قاس اتجاه المجموعتين بعد التجربة. أي المجموعتين اتجاهها أكبر؟

فئات الفئات	٣٠-	٣٧-	٤٤-	٥١-	٥٨-	٦٥-
مجموع المحاضرات	٧	١٥	٢٠	٨	١٦	٣
مجموعة الفيديو	٣	٧	٢٢	١٦	١٠	٤

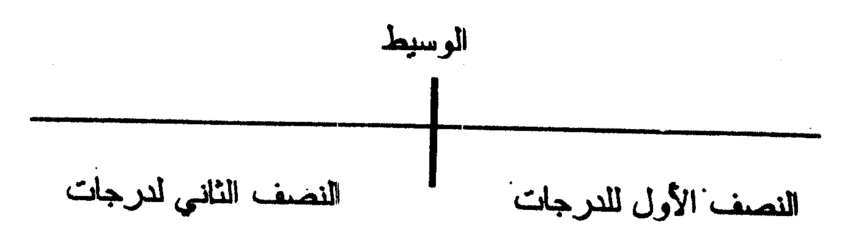
١٦- احسب المتوسط لحسابي للتوزيع التكراري الآتي:

الدرجة	٢٥-	٣٥-	٤٥-	٥٥-	٦٥	المجموع
التكرار	٢	٨	؟	٧	٣	٣٥

الوسيط

الوسيط هو النقطة التي تقع تماما في منتصف توزيع الدرجات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر.

وإذا تصورنا مثلا أننا مثلنا الدرجات بخط أفقي، فإن الوسيط يقع علي النقطة التي تقسم الخط إلي نصفين. والشكل التالي يوضح هذه الفكرة.



ترتيب الوسيط.

حساب الوسيط من الدرجات الخام:

يعتمد حساب الوسيط اعتمادا كبيرا علي عدد الدرجات ونوعها فرديا كان أم زوجيا. ولهذا تختلف طريقة حساب الوسيط تبعا لاختلاف هذا العدد من حيث كونه فرديا أو زوجيا.

(أ) حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات فرديا:

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية:

١٧ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٨

فإننا نرتبها أولا ترتيبا تصاعديا كما يلي:

٣ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٧

ثم نبحث بعد ذلك عن النقطة التي تتصف هذه الدرجات فنري أنها تقع تماما عند الدرجات التي تسبقها ٣ وهي ٣ ، ٥ ، ٧ وعدد الدرجات التي تليها ٣ أيضا وهي ٩ ، ١٠ ، ١٧

ويمكن أن نصل إلي معرفة ترتيب هذه النقط وذلك بقسمة عدد الدرجات على ٢ أي ٧/٢ = ٣.٥ وعندما نقرب هذا الناتج إلي أقرب عدد صحيح نصل إلي أنه يساوي ٤.

وهكذا نستطيع أن نحسب ترتيب الدرجات لنصل إلي الدرجة التي ترتيبها الرابع بالنسبة لتدريج تلك الدرجات، فنري أن العدد ٣ ترتيبه، والعدد ٥ ترتيبه الثاني، والعدد ٧ ترتيبه الثالث، والعدد ٨ ترتيبه الرابع، أي أن الوسيط هو ٨.

ونستطيع أيضا أن نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الآخر لتدريجها فنري أن العدد ١٧ ترتيبه الأول، والعدد ١٠ ترتيبه الثاني، والعدد ٩ ترتيبه الثالث، والعدد ٨ ترتيبه الرابع أي أن الوسيط هو ٨.

وتتلخص طريقة حساب وسيط الدرجات عندما يكون عددها فرديا في قسمة عدد الدرجات على ٢ لتنصيفها، ثم يقرب الناتج إلي أقرب عدد صحيح لمعرفة ترتيب الوسيط، ثم يبحث عن الدرجة التي تقابل هذا الترتيب. وبما أننا في هذه الحالة نقرب الناتج دائما لأقرب عدد صحيح، إذن ففي مقدورنا أن نستغني عن هذا التقريب بإضافة واحد صحيح إلي عدد الدرجات حتى يصبح زوجيا. ويصبح الناتج بذلك عددا زوجيا.

$$\text{أي ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + ١}{٢}$$

$$= \frac{\text{ن} + ١}{٢}$$

حيث يدل الرمز ن علي عدد الدرجات ، بحيث يكون هذا العدد فرديا.

وعندما نحسب الوسيط للدرجات التالية:

١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٣

نتبع الخطوات التالية:

١-عدد الدرجات = ٩

$$\text{٢-ترتيب الوسيط} = \frac{٩ + ١}{٢} = ٥$$

٣-إذن الدرجة الوسطي لتدريج هذه الدرجات هي ٧

(ب) حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات زوجيا:

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية:

٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٣ ، ١٦

فإننا نقسم عدد الدرجات الذي يساوي في مثالنا هذا ٦ علـــي ٢ أي ٦/٢ = ٣ لنعرف بذلك ترتيب الوسيط.

فإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطـــرف الأول لتدريـــج الدرجات أي من ٧ لنصل إلي الدرجة التي ترتيبها الثالث فإننا نـــوي أن هذه الدرجة هي ١٠، وإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات مـــن الطـــرف الأخير أي من ١٦ لنصل إلي الدرجة التي ترتيبها الثالث نري أن هـــذه الدرجة هي ١١.

وهكذا نري أن الوسيط يقع بين ١٠ ، ١١أي ١٠,٥ وهذا يساوي متوسط ١٠ ، ١١ أي

$$= \frac{١٠ + ١١}{٢} = \frac{٢١}{٢} = ١٠,٥$$

وهكذا تتلخص خطوات حساب الوسيط لتلك الدرجات في:

١-عدد الدرجات = ٦

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

٢-الدرجة التي ترتيبها الثالث من الطرف الأول لتدريج الدرجات هـــي ١٠.

٣-الدرجة التي ترتيبها الثالث من الطرف الثاني لتدريج الدرجات هـــي ١١.

$$\text{الوسيط} = \frac{١٠ + ١١}{٢} = ١٠,٥$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب الوسيط للدرجات التالية :

١٣ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٣٠

وذلك بمعرفة ترتيب الوسيط = $\frac{\text{ن}}{\text{٢٠}}$ = $\frac{\text{٨}}{\text{٢}}$ = ٤

الوسيط = $\frac{\text{٢٠ + ٢٤}}{\text{٢}}$ = ٢٢

حساب الوسيط من تكرار الدرجات:

لحساب الوسيط للتوزيع التكراري المبين بالجدول التالي:

التكرار	الدرجة
١٢	٤
١٣	٣
١٤	١
١٥	٢
	المجموع = ١٠

حساب الوسيط من تكرار الدرجات العام

نتبع الخطوات التالية:

١-بما أن عدد الدرجات = ١٠

٢-إذن ترتيب الوسيط = $\frac{\text{١٠}}{\text{٢}}$ = ٥

٣-وبما أن الدرجة الأولي في التوزيع ١٢ وتكرارها ٤ إذن فالوسيط يتلوها ولا يقع في إطارها، والدرجة الثانية في هذا التوزيع ١٣ وتكرارها ٣ إذن فالوسيط يقع في نطاق هذه الدرجة لأن ترتيبه الخامس.

٤-وبما أن ترتيب الوسيط ٥ وهذا يزيد علي تكرار الدرجة الأولي الذي يساوي ٤ بواحد صحيح، إذن فامتدادا الوسيط في الدرجة الثانية يساوي الثلث الأول من نطاقه لأن تكرار الدرجة الثانية ٣، والوسيط يمتد درجة واحدة من الطرف العلوي لهذه الثلاثة أي نطاقها.

٥-وبما أننا نستطيع أن نعلم الحدود الحقيقية للدرجة ١٣ أي أن نعلم تماما حدها الحقيقي الأول، لذلك يسهل علينا حساب الوسيط. وحدود هذه الدرجة هي ١٢,٥-١٣,٥ كما سبق أن بينا في تحليلنا للحدود الحقيقية للفئات وقد عاملنا هنا هذه الدرجة أي ١٣ علي أنها فئة مداها واحد صحيح.

٦-إذن فترتيب الوسيط يمتد بعد الحد الحقيقى الأول للدرجة ١٣ بقيمة عديدة مقدارها = $\frac{١}{٣}$

٧-أي أن الوسيط = ١٢,٥ + ٠,٣٣

= ١٢,٨٣ = ١٢,٨ تقريبا

ويمكن أن نحسب الوسيط من الطرف الأخير للتوزيع أي من الدرجة ١٥ كمراجعة لنتيجة الطريقة السابقة، ونتبع لذلك الخطوات التالية:

١-عدد الدرجات = ١٠

٢-ترتيب الوسيط = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

٣-وبما أن تكرار الدرجة الأخيرة ١٥ هو ٢، وتكرار الدرجة التي تسبقها هو ١، فالتكرار المتجمع حتى الدرجة ١٤ هو ٣، وهذا ينقص ٢ عن ترتيب الوسيط إذن فالوسيط يقع في ٣/٢ تكرار الدرجة ١٣.

٤-وبما أن الحد الحقيقي الأعلى للدرجة ١٣ هو ١٣,٥، وترتيب الوسيط ينقص عن هذا الحد بقيمة عددية مقدارها ٣/٢.

أي أن الوسيط = ١٣,٥ + $\frac{٢}{٣}$ = ١٣,٥ + ٠,٦٧

= ١٢,٨٣ = ١٢,٨ تقريبا .

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليه بالطريقة الأولي.

حساب الوسيط من فئات الدرجة:

لحساب الوسيط من فئات الدرجات نحسب التكرار المتجمع التصاعدي، والتكرار التنازلي والحدود الحقيقية لفئات الدرجات.

وسنبين أولا طريقة حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي وسنرجي حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي إلى عملية المراجعة.

والجدول التالي يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها الأصلي وتكرارها المتجمع التصاعدي، والمتجمع التنازلي.

فئات التكرار	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التنازلي
١٧-١٨	١٦,٥-١٨,٥	١	١	٣٧
١٩-٢٠	١٨,٥-٢٠,٥	٥	٦	٣٦
٢١-٢٢	٢٠,٥-٢٢,٥	٨	١٤	٣١
٢٣-٢٤	٢٢,٥-٢٤,٥	٨	٢٢	٢٣
٢٥-٢٦	٢٤,٥-٢٦,٥	٥	٢٧	١٥
٢٧-٢٨	٢٦,٥-٢٨,٥	٦	٣٣	١٠
٢٩-٣٠	٢٨,٥-٣٠,٥	٠	٣٣	٤
٣١-٣٢	٣٠,٥-٣٢,٥	١	٣٤	٤
٣٣-٣٤	٣٢,٥-٣٤,٥	٠	٣٤	٣
٣٥-٣٦	٣٤,٥-٣٦,٥	٢	٣٦	٣
٣٧-٣٨	٣٦,٥-٣٨,٥	١	٣٧	١
		مجـ=٣٧		

أ-حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي:

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي نتبع الخطوات التالية:

١-بما أن عدد الدرجات = ٣٧

٢-إذن ترتيب الوسيط = ٣٧ / ٢ = ١٨,٥

٣-أي أنه يقع في الفئة التي تمتد أطرافها من ٢٣ إلي ٢٤ لأن التكرار المتجمع التصاعدي للفئة التي تسبقه يساوي ١٤.

٤-أي أنه يمتد في الفئة ٢٣-٢٤ بقيمة مقدارها فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة السابقة التي تمتد من ٢١ إلي ٢٢.

أي أن فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التي تسبف فئته" = ١٨,٥ -١٤ = ٤,٥

٥-وبما أن تكرار الفئة التي يقع فيها يساوي ٨ إذن فنسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار تساوي ٨/٤,٥ = ٠,٥٦.

٦-لكن مدي هذه الفئة يساوي ٢ إذن فمقدار هذا الامتداد يساوي ٠,٥٦ × ٢ = ١,١٢.

٧-وبما أن الحد الحقيقي الأول لفئة الوسيط ٢٢,٥.

٨-إذن فالوسيط = ٢٢,٥ + ١,١٢ = ٢٣,٦٢

= ٢٣,٦ تقريبا

ويمكن أن نلخص هذه الخطوات في المعادلة التالية:

الوسيط = الحد الأول الحقيقي لفئة الوسيط +

عدد الدرجات – التكرار المتجمع التصاعدي للفئة السابقة لفئة الوسيط

(ـــ)

تكرار فئة الوسيط

× مدي فئة الوسيط

أي أن

$$\text{الوسيط} = ل + \frac{\left[\frac{ن}{٢} - ت\,ق \right]}{ت} \times ف$$

حيث ل = الحد الأول الحقيقي لفئة الوسيط

ن = عدد الدرجات.

ت ق = التكرار المتجمع للفئة السابقة لفئة الوسيط

ت = تكرار فئة الوسيط

ف = مدي فئة الوسيط.

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل علي

ل = ٢٢,٥ ، ن = ٣٧ ، ت ق = ١٤ ، ت = ٨، ف = ٢

أي أن

$$\text{الوسيط} = ٢٢,٥ + \left[\frac{\frac{٣٧}{٢} - ١٤}{٨} \right] \times ٢$$

$$= ٢٢,٥ + \frac{٤,٠}{٨} \times ٢$$

$$= ٢٢,٥ + ١,١٢$$

$$= ٢٣,٦٢$$

$$= ٢٣,٦$$

(ب)حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي:

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي نتبع الخطوات التالية:

١-بما أن عدد الدرجات = ٣٧

٢-إذن ترتيب الوسيط = $\frac{٣٧}{٨}$ = ١٨,٥

٣-أطراف فئة الوسيط هي ٢٣ – ٢٤

٤-أطراف الفئة التي تقع قبل فئة الوسيط (من أسفل إلأي أعلي) هي ٢٥ – ٢٦ وتكرارها المتجمعة ١٥

٥-زيادة ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع لفئة ٢٥ - ٢٦ يحسب بالطرق التالية:

فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التي تلي فئته

= ١٨,٥ - ١٥ = ٣,٥

٦-تكرار فئة الوسيط = ٨

إذن نسبة امتداد الوسيط في هذا التكرار

$$= \frac{٣,٥}{٨} = ٠,٤٤$$

٧-لكن مدي فئة الوسيط = ٢

إذن مقدار هذا الامتداد = ٢ × ٠,٤٤ = ٠,٨٨

٨-وبما أن الحد الحقيقي الأخير لهذه الفئة هو ٢٤,٥٠

٩-إذن فالوسيط = ٢٤,٥ - ٠,٨٨

= ٢٣,٦٢ = ٢٣,٦ تقريبا

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة التي اعتمدت علي التكرار المتجمع التصاعدي. ويمكن أن نلخص هذه الخطوات في المعادلة التالية:

الوسيط = الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط -

عدد الدرجات – التكرار المتجمع التصاعدي للفئة السابقة لفئة الوسيط

٢

(—————————————————————)

تكرار فئة الوسيط

× مدي فئة الوسيط

أي أن

$$\text{الوسيط} = \text{ت} - \left[\frac{\frac{\text{ن}}{\text{٢}} - \text{ت ب}}{\text{ت}}\right] \times \text{ف}$$

حيث ت = الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط

ن = عدد الدرجات

ت ب = التكرار المتجمع التنازلي للفئة التالية-لفئة الوسيط

ت = تكرار فئة الوسيط

ف = مدي فئة الوسيط.

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل علي

ت = ٢٤,٥ ، ن = ٣٧ ، ت ب = ١٥ ، ت = ٨ ، ف = ٢

أي أن

$$\text{الوسيط} = \text{٢٤,٥} - \left[\frac{\text{١٨,٥} - \text{١٤}}{\text{٨}}\right] \times \text{٢}$$

$$= ٢٤,٥ - \frac{٣,٥}{٨} \times ٢$$

= ٢٤,٥ – ٠,٨٨

= ٢٣,٦٢ = ٢٣,٦

في بعض الحالات يصعب علي الباحث حساب الوسيط بالطرق الســابقة التي أشرنا إليها وذلك عندما يقع ترتيب الوسيط علي الحد الحقيقي القائم بين فئتين متتاليتين:

والجدول التالي يوضح هذه الفكرة:

فئات التكرار	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التنازلي
٢٠-٢٤	١٩,٥-٢٤,٥	٢	٢	٦٨
٢٥-٢٩	٢٤,٥-٢٩,٥	٧	٩	٦٦
٣٠-٣٤	٢٩,٥-٣٤,٥	١٠	١٩	٥٩
٣٥-٣٩	٣٤,٥-٣٩,٥	١٥	٣٤	٤٩
٤٠-٤٤	٣٩,٥-٤٤,٥	١٨	٥٢	٣٤
٤٥-٤٩	٤٤,٥-٤٩,٥	٨	٦٠	١٦
٥٠-٥٤	٤٩,٥-٥٤,٥	٣	٦٣	٨
٥٥-٥٩	٥٤,٥-٥٩,٥	٥	٦٨	٥
		مجـ=٦٨		

ولحساب الوسيط في هذه الحالة اتبع الخطوات التالية:

١-ترتيب الوسيط = ٦٨/٢ =٣٤

٢-التكرار المتجمع التصاعدي يدل علي أن الوسيط يقع في الفئة التي تمتد أطرافها من ٣٥ إلي ٣٩.

٣-وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوي ترتيب الوسيط.

٤-إذن فالوسيط يساوي الحد الأعلى لهذه الفئة أي ٣٩,٥.

وإذا حسبنا الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي نجد أن:

١-التكرار المتجمع التنازلي يدل علي أن الوسيط يقع في الفئة التي تمتد أطرافها ن ٤٠ إلي ٤٤.

٢-وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوي ترتيب الوسيط.

٣-إذن فالوسيط يساوي الحد الأدنى لهذه الفئة أي ٣٩,٥ وهكذا نري أن الوسيط في كلا الحالتين يساوي ٣٩,٥ أي أن عملية حسابية صحيحة.

(د) حساب الوسيط الذي يقع في فئة لا تكرار لها:

عندما يقع ترتيب الوسيط في فئة تكرارها يساوي صفراء فإننا نجد صعوبة في الاستعانة بالطرق السابقة لحساب الوسيط.

والجدول التالي يوضح هذه الفكرة ويمهد السبيل لحساب الوسيط:

فئات التكرار	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التنازلي
٥-٧	٤,٥-٧,٥	١	١	٣٤
٨-١٠	٧,٥-١٠,٥	٧	٨	٣٣
١١-١٣	١٠,٥-١٣,٥	٩	١٧	٢٦
١٤-١٦	١٣,٥-١٦,٥	٠	١٧	١٧
١٧-١٩	١٦,٥-١٩,٥	٦	٢٣	١٧
٢٠-٢٢	١٩,٥-٢٢,٥	٧	٣٠	١١
٢٣-٢٥	٢٢,٥-٢٥,٥	٢	٣٢	٤
٢٦-٢٨	٢٥,٥-٢٨,٥	٢	٣٤	٢
		مجـ=٣٤		

حساب الوسيط الذي يقع في فئة تكرارها يساوي صفرا ولحساب الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

١-ترتيب الوسيط = ٣٤/٢ = ١٧

٢-وبما أن التكرار المتجمع التصاعدي يصل إلي ١٧ عند الفئة التي تمتد أطرافها من ١١ إلي ١٣ ثم يظل كما هو في الفئة التي تليها لأن تكرارها يساوي صفرا.

إذن الوسيط يقع في نهاية الفئة التي تمتد من ١١ إلي ١٣ أي عند ١٣,٥.

٣-وبما أن التكرار المتجمع التنازلي يصل في تطوره من أسفل إلـــى أعلى إلي ١٧ عند الفئة التي تليها لأن تكرارها يساوي صفرا.

٤-أي أن ترتيب الوسيط بهذا المعنى يقع بين ١٣,٥ ، ١٦,٥ وهذه هي الحدود الحقيقية للفئة التي تمتد من ١٤ إلي ١٦ والتـــي تكرارهـــا يساوي صفرا.

٥-إذن فمنتصف الفئة يدل على قيمة الوسيط

$$\text{أي الوسيط} = \frac{١٣,٥٠ + ١٦,٥٠}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$$

الخواص الإحصائية للوسيط:

أ-مجموع الانحرافات المطلقة:

بينا في تحليلنا للخـــواص الإحصائيـــة للمتوســط أن مجمـــوع انحرافات الدرجات عن متوسطها يساوي صفرا بشرط أن يكون هـــذا الجمع جمعا جبريا يحتفظ كل انحراف فيه بإشارته الجبرية موجبة كانت أم سالبة.

وعندما نجمع الانحرافات المطلقة التي لا تراعي تلك الإشـارات بل تعاملها على أنها موجبة نجد أن مجموع الإنحرافات المطلقـــة عـــن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط، والجـدول

التالي يبين هذه الخاصية للدرجات التالية حيث يساوي متوسطها ١٢ ووسطها ١٣.

الانحرافات	الانحرافات المطلقة	
	الانحراف عن المتوسط	الانحراف عن الوسيط
٤	٨	٩
٨	٤	٥
١٣	١	٠
١٥	٣	٢
٢٠	٨	٧
مجـ = ٦٠ المتوسط = ١٢ الوسيط = ١٣	مجـ = ٢٤	مجـ = ٢٣

ومن هنا نري أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط يساوي ٢٣ وهذه القيمة أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الذي يساوي ٢٤..

ومعنى هذا أن الوسيط يتوسط توزيع الدرجات أكثر مما يتوسطها المتوسط ، ولذا فإن الوسيط في أي توزيع تكراري عادي يقع بين المتوسط والمنوال.

ب-الدرجات المتطرفة والوسطى:

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى أكثر مما يتأثر بالدرجات المتطرفة في التوزيع التكراري . وهو يصبح بهذه الصفة على نقيض

المتوسط الذي يتأثر بالدرجات المتطرفة أكثر من تأثره بالدرجات الوسطى.

ولذا يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية . كأن يلتوي التوزيع التكراري فتكثر فيه الأصفار والأعداد الصغيرة التي تقوم عند طرفه الأول أو تكثر فيه الأعداد الكبيرة التي تقوم عند طرفه الثاني ,

ولتوضيح هذه الخاصية نحسب الوسيط والمتوسط للدرجات التالية: ٤ ٨ ١٣ ١٥ ٢٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

المتوسط = ١٢

ثم نعلو بالطرف الأخير علوا كبيرا فنجعل ال ٢٠ تصبح ٦٠ ثم نحسب بعد ذلك الوسيط والمتوسط للدرجات في صورتها الجديدة.

٤ ٨ ١٣ ١٥ ٦٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

المتوسط = ٢٠

وهكذا نرى أن الوسيط لم يتغير في كلتا الحالتين ، أى أنه لم يتأثر بما حدث في الطرف الأخير من تغير . وأن المتوسط تغير من ١٢ إلى ٢٠ نتيجة لتغير الطرف الأخير للدرجات السابقة.

فالوسيط بهذا المعنى أكثر ثبوتا واستقرارا من المتوسط بالنسبة للأطراف ، أو أن المتوسط أكثر حساسية من الوسيط بالنسبة لأطراف التوزيع .

وهذه الخاصية تحدد الأهمية النسبية لكل من المتوسط والوسيط ، والميادين والحالات التي يستخدم فيها كل منهما ..

وعندما نغير الدرجة أو الدرجات الوسطى فإننا بذلك نغير قيمة الوسيط تغييرا كبيرا ، ولا يكاد يصيب المتوسط من هذا التغير إلا اختلافا بسيطا ولتوضيح هذه الفكرة بتغير الدرجة الوسطى في المثال السابق من ١٣ إلى ٩ فتصبح :

٤ ٨ ٩ ١٥ ٢٠

فنجد أن الوسيط = ٩ ، المتوسط = ١١,٢

وإذا غيرنا الدرجة الوسطى ٩ إلى ١٤ فإننا نرى تغير الوسيط أكثر من تغير المتوسط كما يبدو ذلك في المثال التالي :

٤ ٨ ١٤ ١٥ ٢٠

فنجد أن الوسيط = ١٤ ، المتوسط = ١٢,٢

وهكذا نرى أن :

١-المتوسط أكثر تأثرا من الوسيط بالدرجات المتطرفة.

٢-الوسيط أكثر تأثرا من المتوسط بالدرجات الوسطى .

فوائد الوسيط:

يصلح الوسيط لنفس الميادين التي يصلح فيها المتوسط أي في المعايير والمقارنة وخاصة عندما يكون التوزيع التكراري للدرجات ملتويا أي مرتفعا من أحد طرفيه كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا للخواص الإحصائية للوسيط .

والالتواء قد يكون موجبا أو سالبا . فإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الأول للتوزيع سمى الالتواء موجبا . وإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الثاني للتوزيع سمى الالتواء سالبا ، وإذا اعتدل التوزيع التكراري سمى التوزيع معتدلا. والجداول التالية تبين هذه الأنواع المختلفة للتوزيع التكراري . حيث يصلح الوسيط كمقياس لنزعة المركزية في النوعين الأول والثاني أي في الالتواء الموجب والسالب ، وحيث يصلح المتوسط كمقياس للنزعة المركزية في النوع الثالث.

الدرجة	التكرار
٢	٧
١	١٣
٤	٢٠
٥	١٠
٦	٩
٧	٤
٨	١

توزيع تكراري ملتوي التواء موجبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٩
٥	١٠
٦	٢٠
٧	٣٠
٨	٧

توزيع تكراري ملتوي التواء سالبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٦
٤	١٥
٥	٢٠
٦	١٥
٧	٦
٨	١

توزيع تكراري اعتدالي

والوسيط يصلح في الحالات التي تهدف إلى قسمة التوزيع التكراري إلى قسمين متساويين من وسطه ، فيصبح بذلك التوزيع ثنائيا أي أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط . ولهذه الناحية أهميتها القصوى في حساب معاملات الارتباط الرباعية . وسيأتي بيان ذلك في تحليلنا لمعاملات الارتباط . وسنوضح هذا التقسيم الثنائي بالمثال التالي:

١٦ ٢٠ ٢٥ ٣٢ ٤٠

الوسيط = ٢٥

والدرجات التالية : ١٦ ، ٢٠ أقل من الوسيط

والدرجات التالية : ٣٢ ، ٤٠ أعلى من الوسيط

والتقسيم الثنائي يقوم على معاملة الدرجات التي تقل عن الوسيط على إنها سالبة ، والدرجات التي تزيد عن الوسيط على أنها موجبة ، وبذلك تقسم الدرجات السابقة إلى الصورة التالية :

– – • + +

أي إنها تنقسم إلى قسمين : سالب وموجب بالنسبة للوسيط .

المنوال

يدل المنوال على أكثر الدرجات شيوعا ، أو بمعنى أدق هو النقطة التي تدل على أكثر درجات التوزيع تكرارا .

١- حساب المنوال من تكرار الدرجات:

يمكن معرفة المنوال بسهولة عندما نقارن تكرار الدرجات لنبحث عن أكبرها والجدول التالي يوضح سهولة معرفة المنوال:

الدرجة	التكرار
١٢	٣
١٣	٧
١٤	١٠
١٥	٨
١٦	٦
١٧	٢
المجموع	٣٦

حساب المنوال من تكرار الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر الدرجات تكـــرارا هـــي لدرجـــة ١٤ لأن تكرارها يساوي ١٠ وهذه العشرة هي أكبر تكرارات هذا الجدول ومــن ثم يكون المنوال مساويا للدرجة ١٤ ، أي أن المنوال = ١٤ .

٢-حساب المنوال من فئات الدرجات:

لحساب المنوال من فئات الدرجات نبحث أيضا عن أكبر تكـوار ثم نحدد الفئة التي تقابله. وبهذا نستطيع الكشف عن الفئة التي يوجد فيها المنوال. وبما أن الفئات تمتد إلي أكثر من درجة فهي لا تدل علي نقطة المنوال دلالة دقيقة، ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة علي منـــوال التوزيع. والجدول التالي يوضح خطوات هذه العملية، ولذلـــك يحتـوي علي فئات الدرجات ومنتصفات تلك الفئات وعلي تكرار كل فئة.

فئات التكرار	منتصفات الفئات	التكرار
١١-١٣	١٢	١
١٤-١٦	١٥	٣
١٧-١٩	١٨	٩
٢٠-٢٢	٢١	١٣
٢٣-٢٥	٢٤	١١
٢٦-٢٨	٢٧	٣
المجموع		٤٠

حساب المنوال من فئات الدرجات

وهكذا نري أن أكبر تكرار بهذا التوزيع هو ١٣ وهـو تكـرار الفئة التي تمتد حدودها من ٢٠ إلي ٢٢ وبما أن منتصف هـذه الفئـة يساوي ٢١ إذن فالدرجة التي تدل علي المنوال هي ٢١.

٣-حساب المنوال من تكرار الفئات المتجاورة:

المنوال = الحد الأول للفئة المنوالية +

$$\left(\frac{\text{تكرار الفئة بعد المنوالية}}{\text{تكرار الفئة المنوالية + تكرار الفئة قبل المنوالية}}\right) \times \text{مدي الفئة}$$

مثال: احسب المنوال من الجدول التكراري الآتي؟

فئات الدرجة	١١-١٣	١٤-١٦	١٧-١٩	٢٠-٢٢	٢٣-٢٥	٢٦-٢٨
التكرارات	١	٣	٩	١٣	١١	٣

الحل: الفئة المنوالية (التي يقع في نطاقها المنوال) هي الفئـة (٢٠-٢٢) وذلك لأنها تقابل أكبر تكرار وهو ١٣.

- الحد الحقيقي الأول للفئة المنوالية = ١٩,٥
- تكرار الفئة المنوالية = ١٣
- تكرار الفئة قبل المنوالية = ٩
- تكرار الفئة بعد المنوالية = ١١
- طول الفئات = ٣

إذن المنوال = ١٩,٥ + (١١ / (١٣ + ٩)) × ٣ = ٢١,٥

٤-حساب المنوال بطريقة الرافعة:

وذلك من خلال الاستعانة بقانون الرافعة والذي يطبق في علم الفيزياء وهو كالآتي:

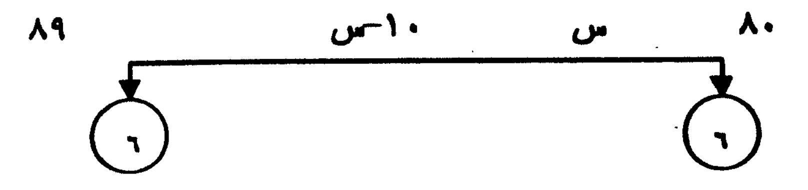
القوة ١ × الذراع الأيمن = القوة ٢ × الذراع الأيسر

مثال: احسب المنوال من التوزيع التكراري بطريقة الرافعة؟

فئات الدرجة (ف)	٥٠-٥٩	٦٠-٦٩	٧٠-٧٩	٨٠-٨٩	٩٠-٩٩	١٠٠-١٠٩
التكرارات (ت)	٣	٥	٦	١٠	٩	٣

الحل: يتضح من التوزيع التكراري السابق أن الفئة المنوالية هي الفئة التي تمتد حدودها من (٨٠-٨٩)، ويبلغ طول هذه الفئة وبقية فئات التوزيع ١٠، ومن خلال استخدام قانون الرافعة يمكن تشبيه أو تمثيل هذه الفئة برافعة كما في الشكل المقابل:

طول الفئة = ١٠



وبتطبيق قانون الرافعة كالآتي يمكن استنتاج أن:

٦ × س = ٩ (١٠ - س) .... (١)

حيث القيمة ٦ تعبر عن تكرار الفئة قبل المنوالية ، والقيمة ٩ تعبر عن تكرار الفئة بعد المنوالية ، وبالتطبيق في المعادلة (١) تكون:

٦س = ٩٠ - ٩س

إذن ٦س + ٩س = ٩٠ ⟸ إذن س = ٦

حيث تعبر "س" عن المسافة أو البعد الذي يمتد إليه المنوال بدءا من الحد الأدنى للفئة المنوالية وهو ٨٠ ، وعليه فإن:

المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + س

= ٨٠ + ٦ = ٨٦

الخواص الإحصائية للمنوال:

١-لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة (كما في المتوسط)، ولا بالدرجات الوسطي (كما في الوسيط) في التوزيع التكراري، وإنما

يتأثر بالتكرارات عندما تبلغ نهايتها العظمى بالنسبة لدرجة مـــا أو فئة ما.

٢-يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع التكراري ومداها، فإذا قــل عــدد الفئات زاد طول الفئة وزاد تكرارهـــا بالنســبة لنفــس التوزيــع التكراري، وعليه فإن المنوال يخضع لاختيار عدد الفئات ومداها.

٣-عندما تتعدد قمم التوزيع التكراري - أي أكبر التكرارات - تتعــدد أيضا قيم المنوال، فإذا كان للتوزيع قمتان كان لكل قمة مــن هــذه القمم منوال.

العلاقة بيم مقاييس النزعة المركزية:

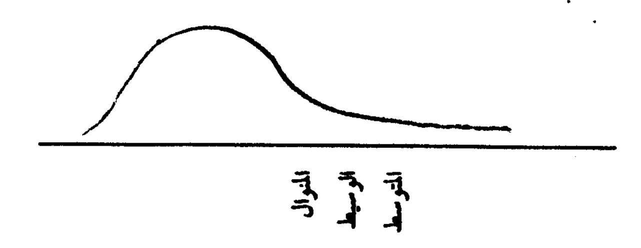
١-تنطبق جميع مقاييس النزعة المركزية علي بعضها وتتساوي جميعا في التوزيع التكرار الاعتدالى، وتبدو هذه الظاهرة بوضــوح عنــد حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري الاعتدالى المبين بالجدول حيث نري أن

المتوسط = ٥ الوسيط = ٥ المنوال = ٥

٢-عندما يكون التوزيع التكراري ملتويا التواء موجبا يمتــد الطــرف الطول الطويل للمنحني إلي الجهة اليمني ويصبح ترتيب مقــاييس النزعة المركزية كما يلي:

المتوسط - الوسيط - المنوال

كما يدل علي ذلك الشكل التالي حيث تبين النقط الصغيرة الموجودة علي قاعدة المنحني ترتيب المتوسط والوسيط والمنوال.

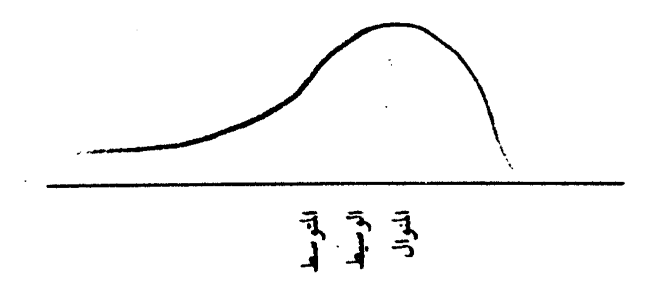


ويمكن للقارئ أن يتأكد من هذه الظاهرة بحساب جميع مقـــاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري الموجب الالتواء.

٣-عندما يكون التوزيع التكراري ملتويا التواء سالبا يمتـــد الطـــرف الطويل إلي الجهة اليمني ويصبح ترتيب مقاييس النزعة المركزيـــة كما يلي:

المنوال - الوسيط - المتوسط

كما يدل علي ذلك الشكل التالي حيث تبيـــن النقـــط الصغـــيرة الموجودة علي قاعدة المنحني ترتيب المنوال والوسيط والمتوسط.



وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عنـــد حســـاب مقـــاييس النزعـــة المركزية للتوزيع التكراري السالب.

قياس الالتواء:

عندما لا ينطبق المتوسط علي المنوال والوسيط يعد التوزيع ملتويا كما سبق أن بينا ذلك. ويحسب الالتواء بطريقة بيرسون التي تعتمد علي المتوسط، والمنوال، والانحراف المعياري كما تدل علي ذلك المعادلة:

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

وبما أن حساب المنوال أصعب من حساب الوسيط لذلك يمكن التعويض في المعادلة السابقة عن المنوال من معادلة المنوال التالية بـ

المنوال = ٣ الوسيط - ٢ المتوسط

وبذلك نحصل علي معادلة الالتواء التالية:

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - (\text{٣ الوسيط} - \text{٢ المتوسط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{\text{المتوسط} - \text{٣ الوسيط} - \text{٢ المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{\text{٣ المتوسط} - \text{٣ الوسيط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط} - \text{الوسيط)}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

ويمتد الالتواء من -٣ في الالتواء السالب إلي +٣ في الالتـــواء الموجب ويتلاشى الالتواء عندما يصبح الفرق بين الوسيط والمتوســـط صفرا وذلك عندما يكون التوزيع اعتداليا.

والمثال التالي يوضح طريقة حساب الالتواء فإذا كان المتوسط = ٩٠,٨٦ والوسيط = ٩٠,٤٩ والانحراف المعياري = ١٤,٠٤.

$$\text{إذن الالتواء} = \frac{٣\ (٩٠,٨٦ - ٩٠,٤٩)}{١٤,٠٤} = ٠,٠٧٩$$

وبذلك يصبح هذا التوزيع أقرب ما تكون للتوزيع الاعتدالـي لأن الالتواء يكاد يكون صفرا.

تمارين علي الفصل الثالث

*****

١-احسب متوسط المتوسطات للمجموعات الخمس المتساوية من الأطفال والذين يبلغ حجم كل مجموعة منهم ٢٧ طفلا، وقد كانت متوسطاتهم علي أختبار للقراءة كالآتي:

٢٢,٤ ، ٢٧,٣ ، ١٨,٦ ، ٢١,١ ، ١٩,٨

٢-أوجد المتوسط الحسابي والوسيط للأرقام والأعداد التالية:

أ - ٧ ، ١٢ ، ٩ ، ١١ ، ٨

ب- ١٠٥ ، ١٠٧ ، ١٠٤ ، ١٠٣ ، ١١١ ، ١٠٢

ج- ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ٩ ، ١٨ ، ٣٥ ، ١٢ ، ٣٩ ، ٣٦

٣-احسب المتوسط ، والوسيط ، والمنوال من التوزيع التكراري التالي ، ثم قارن بين القيم الثلاثة لمقاييس النزعة المركزية؟

فئات الدرجات (ف)	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-
التكرارات (ك)	٦	٨	١٠	٢٠	١٠	٨	٦

٤-الجدول التالي يبين درجات ١٠٠ طالب في اختبار للذكاء:

فئات الدرجات (ف)	٩٥-	١٠٠-	١٠٥-	١١٠-	١١٥-	١٢٠-	١٢٥-
التكرارات (ك)	١٠	١٠	٢٠	٢٠	٢٠	١٠	١٠

احسب كل من المتوسط الحسابي لدرجات الذكاء ، والوسيط ، والمنوال ، ثم قارن بالرسم بين المقاييس الثلاثة ، وبين دلالتها النفسية؟

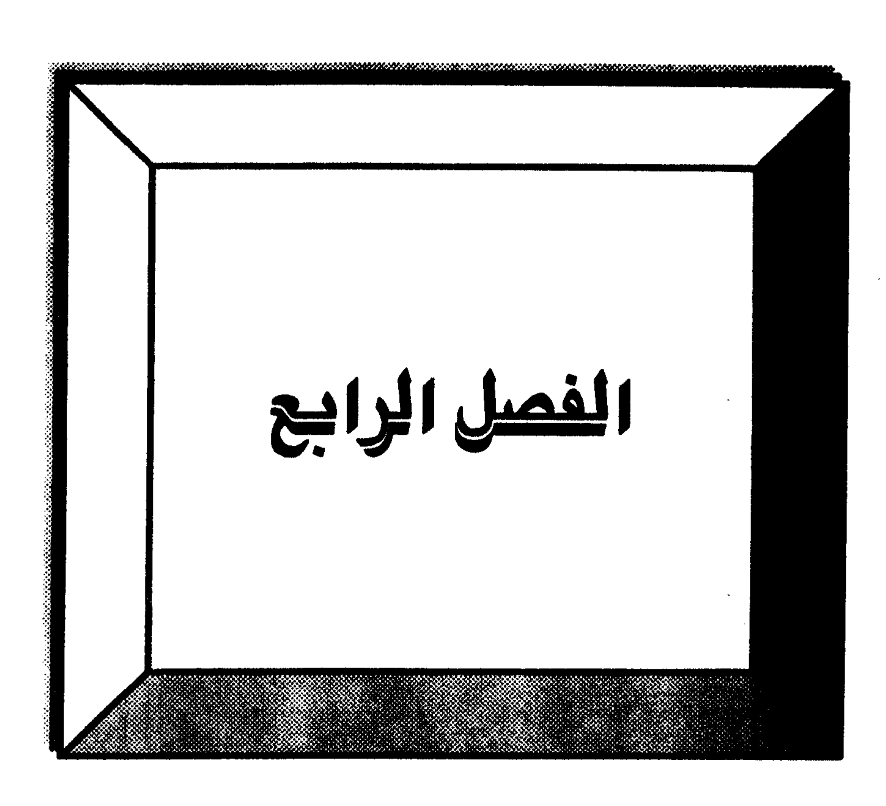
٥-طبق لاختبار القبول في الكليات على مجموعة من ١٢ طالبا حصلوا فيه علي الدرجات الآتية:

٤١٦ ، ٣٤١ ، ٤٩١ ، ٢١٩ ، ٣١٢ ، ٣٨٧ ، ٤٣٩ ، ٢٨٢ ، ٣٤٧ ، ١٨٩ ، ٢٨١ ، ٤٣٩

احسب متوسط هؤلاء الطلاب بحذف أو إضافة مقدار ثابت حسبما يقتضي الأمر؟ ثم احسب المتوسط العام أو الوزني لهذه المجموعة ومعها المجموعات الأربع الآتي بياناتها والخاصة بطلاب آخرين على الاختبار نفسه:

أ- م١ = ٣٢٢ ، ن١ = ٣٦ ب- م٢ = ٤١٢ ، ن٢ = ٢٢

ج- م٣ = ٣٥٤ ، ن٣ = ١٦ د- م٤ = ٣٢٢ ، ن٤ = ٥٤

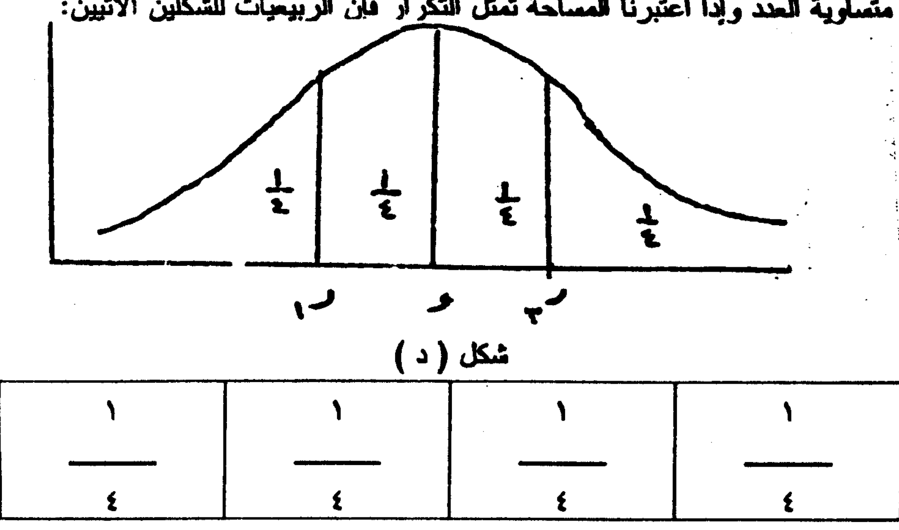


الفصل الرابع

مقاييس التشتت

أولاً:الربيعيات

الربيعيات هي القيمة التي تقسم مجموعة الدرجات إلي أربعة مجموعـــات متساوية العدد وإذا اعتبرنا المساحة تمثل التكرار فان الربيعيات للشكلين الآتيين:



شكل (د)

١ / ٤	١ / ٤	١ / ٤	١ / ٤

شكل (هـ)

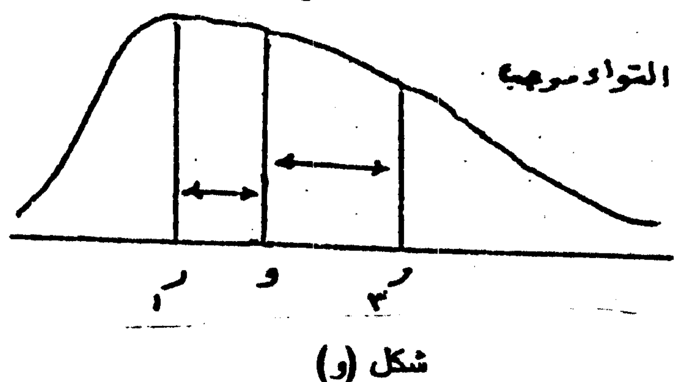
والربيعيات عددها ثلاثة وهي الربيعي الأول (ر١) حيث يقل عنـــه ربــع القيم ويزيد عليه ثلاثة أرباع القيم. والربيعي الثاني (ر٢) وهي القيمـــة التـــي يقــل عنها ويزيد عليها نصف الدرجات والربيعي الثالث (ر٣) تقل عنـــه ثلاثـــة أربـــاع الدرجات. وتزيد عليه ربع الدرجات. وهذا ونلاحظ أن الربيعي الثاني هو الوســـيط الذي سبق شرحه بالتفصيل.

ونلاحظ أنه إذا كان التوزيع مستطيلاً فإن الفرق بين أدنـــي درجـــة وأقل درجة في كل ربيع يكون مساوياً، أما إذا كـــان التوزيـــع علـــي شـــكل المنحني الاعتدالي المعياري فإن هذا لا يكون واحـــداً فـــي جميع الأرباع

الأربعة، بل أن الفرق بين ر٢ ، ر١ يساوي الفرق بين ر٣ ، ر٤ فقط يعني أن ر٣ - ر٢ = ر٢ - ر١ في حالة التوزيع الاعتدالي المعياري.

أما إذا كان التوزيع ملتوياً التواء موجباً حيث تتكدس الحالات في الدرجات المنخفض ويقل عدد الحالات في الدرجات المرتفعة، وينتهي التوزيع بذيل جهة اليمين كما هو مبين في الشكل (و) فإن:

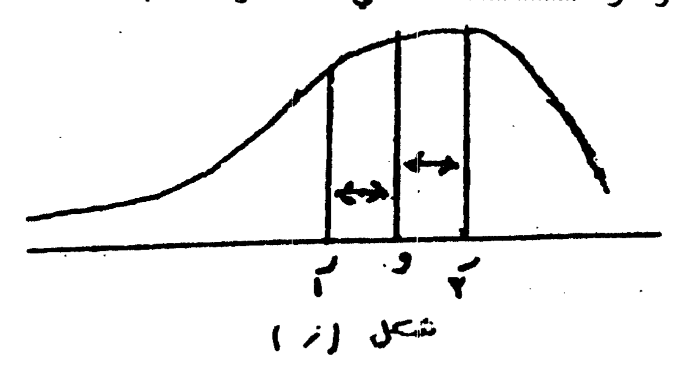
ر٣ - و > و - ر١ .... في حالة الالتواء الموجب.



شكل (و)

وعندما يكون التوزيع ملتوياً التواء سالباً حين تتكدس الحالات المرتفعة وتقل عدد الحالات في الدرجات المنخفضة وينتهي التوزيع بذيل جهة اليسار كما هو مبين في الشكل (ز) فإن:

ر٣ - و < و - ر١ .... في حالة الالتواء السالب.



شكل (ز)

ونلاحظ عموماً أن تقسيم كل من الأشكال (هـ) ، (و)، (ز) ، (ح) إلي أربعة أجزاء متساوية المساحة لا يتم بتقسيم القاعدة إلي أربعة أجزاء متساوية، لأن مثل هذا التقسيم لا ينتج عنه مساحات نظراً لطبيعة التوزيع حيث يعلوا في الوسط وينحدر بشدة عند الطرفين.

ولحساب الربيعيات نسلك نفس النهج السابق، بأن نحدد (ن) عدد الحالات ، ثم نحسب رتبة الربيعي المطلوب ، ومن التكرار المتجمع الصاعد نعين الفئة الربيعية المطلوبة ونطبق المعادلة المناسبة وفق الربيعي الذي يهتم الباحث بإيجاده.

مثال: أوجد الربيعيات الثلاث، وبين نوع الالتواء الذي يميز التوزيع؟

الفئات	ك	ك م س
٣٠-	٢	٢
٤٠-	٥	٧
٥٠-	٧	١٤
٦٠-	١٠	٢٤
٧٠-	٢٥	٤٩
٨٠-	٤٠	٨٩
٩٠-	١١	١٠٠
المجموع	١٠٠	

الربيعي الأول:

رتبة ر١ = $\frac{ن}{٢٥} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$

ر١ = $٦٩,٥ + \left(\frac{٢٥ - ٢٤}{٢٥}\right) ١٠$

= $٦٩,٥ + ٠,٤ = ٦٩,٩$

الربيعي الثاني (الوسيط):

رتبة الوسيط = $\frac{ن}{٢} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$

و = $٧٩,٥ + \left(\frac{٥٠ - ٤٩}{٤٠}\right) ١٠$

= $٧٩,٥ + ٠,٢٥ = ٧٩,٧٥$

الربيعي الثالث:

رتبة الربيعي الثالث = $\frac{٣ن}{٤} = \frac{٣ \times ١٠٠}{٤} = ٧٥$

$٧٥ - ٤٩$

ر٣ = ٨٧٩,٥ + (ـــــــ) ١٠
٤٠

= ٧٩,٥ + ٦,٥ = ٨٦

لمعرفة نوع الالتواء نحسب ر٣ - و ، وكذلك و - ر١

بما أن ر٣ - و = ٨٦ - ٧٩,٧٥ = ٦,٢٥

∴ و - ر١ = ٧٩,٧٥ - ٦٩,٩ = ٩,٨٥

بما أن ر٣ - و < و - ر١

∴ التوزيع ملتو التواء سالب

ويمكن الاستدلال علي صحة هذه النتيجة من جدول التوزيع التكراري حيث يتضح تكدس التكرارات في الفئات ذات الدرجات العليا، أما الفئات ذات الدرجات المنخفضة فتكرارها صغير نسبيا.

ونخلص من هذا أن لكل توزيع ثلاثة ربيعيات هي ر١، ر٢ ، ر٣ حيث يمكن تمثيل هذه الدرجات الثلاثة بيانيا علي الرسم البياني بثلاث نقاط علي القاعدة بشرط أن تقسم المساحة الكلية الموجودة بين المنحني والقاعدة إلي أربعة مساحات متساوية، كل مساحة تساوي ربع المساحة الكلية، وبالتالي تكون المساحة المحصورة بين ر٣ ، ر١ تساوي نصف المساحة الكلية.

ولكن المساحة بيانيا ترمز إلي عدد أفراد التوزيع وتمثل كيفية توزيعهم فإن الربيعي الثالث والربيعي الأول يحصران بينهما نصف

عدد أفراد التوزيع الذي يحيط بهم ربع أفراد التوزيع الأقل درجة وربع أفراد التوزيع ذوي الدرجات الأعلى منهم.

ولحساب الربيعي الأول نتبع الخطوات الآتية:

أولا: نحسب رتبة الربيع الأول ويساوي $\frac{ن}{٤}$

ثانيا: نحدد الفئة الربيعية الأولي بالبحث في عمود التكرار المتجمع الصاعد عن التكرار المتجمع الصاعد الأعلى مباشرة عن رتبة الربيع الأول.

ثالثا: ونطبق المعادلة:

$$ر١ = \text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة الربيعية الأولي} + \left(\frac{\frac{ن}{٤} - \text{ك م ص السابق}}{\text{ك الفئة الربيعية الأولي}}\right) \times ف$$

ولحساب الربيعي الثالث نتبع الخطوات التالية:

أولا: نحسب الربيعي الثالث ويساوي $\frac{٣ن}{٤}$

ثانيا: نحدد الفئة الربيعية الثالثة بالبحث في عمود التكرار المتجمع الصاعد عن التكرار المتجمع الصاعد الأعلى مباشرة عن رتبة الربيع الثالث.

ثالثا: ونطبق المعادلة:

$$\text{ر}_{١} = \text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة الربيعية الثالثة} + \left(\frac{\frac{٣\,\text{ن}}{٤} - \text{ك م ص السابق}}{\text{ك الفئة الربيعية الثالثة}} \right) \times \text{ف}$$

عند حساب الربيعي الثاني فلنتذكر أن رتبته تساوي

$\left(\frac{٢\text{ن}}{٤}\right)$ أي $\left(\frac{\text{ن}}{٢}\right)$ بمعني أن الربيعي الثاني هو الوسيط، ويحسب بنفس الكيفية السابقة.

ثانيا: المدى

يعد المدى من ابسط مقاييس التشتت ويحسب المدى من العلاقــة التالية:

مدي الدرجات = (اكبر درجة - أقل درجة) + ١

ثالثا: الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت وهـو يقـوم فـي جوهره علي حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها كما تدل تسـميته عليه.

وسوف نتناول بعض الأمثلة لتوضيح كيفية حساب الانحـراف المعياري من الدرجات الخام ومن التوزيعات التكرارية. فـإذا حسـبنا متوسط الدرجات التالية:

٢ ٣ ٤ ٥ ٦

وجدنا أنه يساوي وعندما نحسب انحرافـات الدرجـات عـن متوسطها بالطريقة التالية:

انحراف الدرجة ٢ عن المتوسط = ٢ – ٤ = –٢

انحراف الدرجة ٣ عن المتوسط = ٣ – ٤ = –١

انحراف الدرجة ٤ عن المتوسط = ٤ – ٤ = ٠

انحراف الدرجة ٥ عن المتوسط = ٥ – ٤ = +١

انحراف الدرجة ٦ عن المتوسط = ٦ – ٤ = +٢

ثم نجمع هذه الانحرافات، نري أن

مجموع الانحرافات عن المتوسط = ٢- ١+ ٠ + ١+ ٢ = صفر

وعندما نريد أن نقيس التشتت بحساب متوسط هذه الانحرافـــات وذلك بقسمة مجموعها علي عددها تتحول المشكلة إلي الصورة التالية:

متوسط الانحرافات = (٢- ١+ ٠ + ١+ ٢) / ٥ = صفر / ٥

وهكذا لا نستطيع قياس التشتت بهذه الطريقة التي تعتمد علـــي حساب متوسط الانحرافات، وقد استعان كارل بيرسون سنة ١٨٩٣ علي حل تلك المشكلة بتربيع الانحرافات ليتخلص من تلك العلامة السالبة، ثم نحسب متوسط مربعات الانحرافات، وبذلك يتحول مثالنا الســابق إلــي الصورة التالية:

مجموع مربعات الانحرافات = (-٢×-٢) + (-١×-١)+(٠×٠)

= (١×١) + (٢×٢)

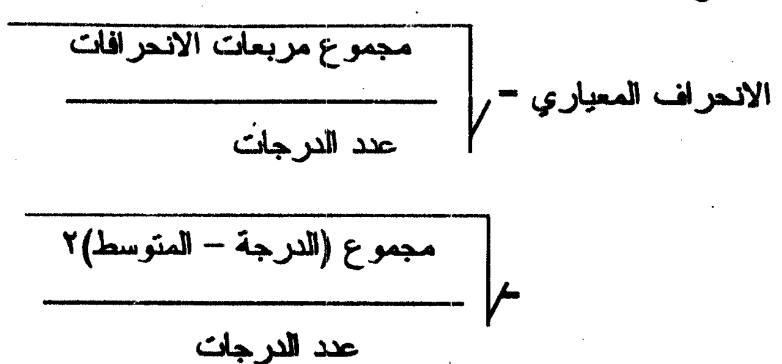
= ٤ + ٠ + ١+ ١ + ٤

= ١٠

متوسط مربعات الانحراف = ١٠ / ٥ = ٢

وقد عاد بيرسون ليستخرج الجذر التربيعي لمتوســط مربعــات الانحرافات، وسمي ناتج هذه العملية بالانحراف المعياري. وبذلك يصبح الانحراف المعياري لمثالنا هذا هو الانحراف المعياري = ٢ = ١,٤١.

أي أن انحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات.



$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة – المتوسط)}^{٢}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجـ (س – م)}^{٢}}{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز س علي الدرجة

والرمز م علي المتوسط

والرمز ن علي عدد الدرجات

وإذا رمزنا إلي الانحراف بالرمز ح ، تصبح ح = س – م

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{٢}}{\text{ن}}}$$

طرق حساب الانحراف المعياري

١-حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام:

تعتمد طريقة حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام اعتمادا مباشرا علي المعادلة السابقة التي تقوم في جوهرها علي حساب الانحرافات. والجدول التالي يوضح هذه الفكرة:

الدرجات	الانحرافات عن المتوسط	مربعات الانحرافات
٢	-٨	٦٤
٦	-٤	١٦
٨	-٢	٤
١٠	٠	٠
١٢	+٢	٤
١٥	+٥	٢٥
١٧	+٧	٤٩
مجـ=٧٠	مجـ = ٠	مجـ = ١٦٢

وتتلخص خطوات حساب الانحراف المعياري لدرجات الجدول السابق فيما يلي:

مجموع الدرجات = ٧٠

وعدد الدرجات = ٧

$$\therefore \text{متوسط الدرجات} = \frac{٧٠}{٧} = ١٠$$

ثم تحسب الانحرافات عن المتوسط، ويربع كل انحراف من هذه الانحرافات، فملا انحراف الدرجة الأولي ٣ عن المتوسط = ٢ − ١٠

= ٨

ومربع هذا الانحراف = −٨ × −٨ = ٦٤

ومجموع مربعات الانحراف = ١٦٢

ومتوسط مجموع مربعات الانحرافات = $\frac{١٦٢}{٧}$ = ٢٣,١٤

∴ الانحراف المعياري = $\sqrt{٢٣,١٤}$

= ٤,٨١

ويمكن أن نستعين بمعادلة الانحراف المعياري في الوصول لتلك النتيجة وذلك بمعرفة أن

مجـ ح٢ = ١٦٢ ، ن = ٧

وبما أن الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^2}{\text{ن}}}$

∴ الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{١٦٢}{٧}}$ = ٤,٨١

٢-حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية:

تعتمد الانحرافات في جوهرها علي المتوسط. ولـــذا يجـــب أن نحسب قيمة هذا المتوسط قبل أن نستطيع حساب الانحرافات كما بينـــا ذلك في مثالنا السابق. والجدول التالي يبين حساب المتوسط للدرجـــات التكرارية.

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
٤	٢	٢×٤=٨
٥	٣	٣×٥=١٥
٦	٣	٣×٦=١٨
٩	١	١×٩=٩
١٠	١	١×١٠=١٠
المجموع	١٠	٦٠
المتوسط		٦٠/١٠=٦

حساب المتوسط تمهيدا لحساب الانحرافات:

ثم نحسب بعد ذلك انحرافات الدرجات وذلك بطرح المتوسط من كل درجة من درجات الجدول السابق. فـــانحراف الدرجـــة الأولـــي ٤ هو ٤-٦= -٢

ونحسب بعد ذلك مربعات الانحرافـــات تمـــهيدا لحســـاب الانحـــراف المعيارى. ومربع الانحراف السابق يســـاوى -٢×-٢ =٤.لكـــن لكـــل درجة من درجات ذلك الجدول تكـــرارا خاصـــا بـــها. إذن فمربعـــات انحرافات الدرجات تخضع لهذا التكرار الذى تخضع له الدرجة ،لذلـــك نحسب مجموع مربعات انحرافات كل درجة وذلك بضـــرب المربـــع

الانحرافى فى تكراره . وهو فى مثالنا هذا يساوى ٤×٢=٨ ثم نجمع هذه النواتج فى عدد نهائى واحد لنستخرج متوسطها وذلك بقسمة مجموعها على عدد الدرجات، أو على مجموع التكرار. ونحسب بعد ذلك الجذر التربيعى لذلك الناتج لنحصل على الانحراف المعيارى .

والجدول التالى يبين خطوات، حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية السابقة المبينة بالجدول السابق.

الدرجة س	التكرار ت	الانحراف ح	مربع الانحراف ح٢	التكرار×مربع الانحراف ت × ح٢
٤	٢	٢-	٤	٢×٤=٨
٥	٣	١-	١	٣×١=٣
٦	٣	٠	٠	٣×٠=٠
٩	١	٣+	٩	١×٩=٩
١٠	١	٤+	١٦	١×١٦=١٦
المجموع	١٠			٣٦

حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية.

أي أن المجموع النهائي لمربعات الانحرافات التكرارية يساوي ٣٦، وبما أن عدد هذه الانحرافات يساوي ١٠ لأنه يساوي عدد الدرجات ويساوي أيضا مجموع التكرار. إذن فمتوسط مربعات الانحرافات التكرارية يحسب بالطريقة التالية:

متوسط مربعات الانحرافات التكرارية = $\frac{\text{٣٦}}{\text{١٠}}$ = ٣,٦

لكن الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات التكرارية}}$

.:. الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{٣,٦}}$ = ١,٩ تقريبا

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق في حساب الانحراف المعياري بالطريقة التالية:

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ (ت×ح}^{\text{٢}}\text{)}}{\text{ن}}}$$

وإذا علمنا أن

مجـ (ت×ح٢) = ٣٦ ، ن = ١٠

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{٣٦}}{\text{١٠}}}$$

$$= \sqrt{\text{٣,٦}} = \text{١,٩ تقريبا}$$

٣-حساب الانحراف المعياري لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة:

تعتمد الطريقة المختصرة لحساب الانحراف المعياري علي ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط، فهي لذلك تفرض

أن مدي الفئة يساوي ١ بدلا من المدي الحقيقي لها. وتفرض متوسطا تخمينيا في أي فئة ما تقترب من وسط التوزيع التكراري، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساويا للصفر. ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر، بحيث تصبح انحرافات الفئات الأقل فئة متسلسلة بالطريقة التالية:

-١ ، -٢ ، -٣ ، ....

وتصبح انحرافات الفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية:

+١ ، +٢ ، +٣ ، ....

في انتشارها بعيدا عن ذلك المتوسط الفرضي نحو أطراف التوزيع.

ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التي بيناها في حسابنا للانحراف المعياري للدرجات التكرارية.

ثم يصحح التقدير الفرضي للفئة والمتوسط والانحراف بالمعادلة التالية التي تعطينا النتيجة النهائية للانحراف المعياري.

الانحراف المعياري = مدي الفئة √ متوسط مربعات الانحرافات - مربع متوسط انحرافات

والجدول التالي يبين الخطوات الحسابية الأساسية لهذه الطريقة:

فئات الدرجات	التكرار (ت)	الانحراف (ح)	التكرار × الانحراف (ت × ح)	مربع الانحراف ح٢	التكرار × مربع الانحراف ت × ح٢
٠-٤	٢	-٥	٢×-٥=-١٠	٢٥	٢×٢٥=٥٠
٥-٩	٣	-٤	٣×-٤=-١٢	١٦	٣×١٦=٤٨
١٠-١٤	٨	-٣	٨×-٣=-٢٤	٩	٨×٩=٧٢
١٥-١٩	٢٩	-٢	٢٩×-٢=-٥٨	٤	٢٩×٤=١١٦
٢٠-٢٤	٥١	-١	٥١×-١=-٥١	١	٥١×١=٥١
٢٥-٢٩	٧٢	صفر	٧٢×٠=صفر	صفر	٧٢×صفر = صفر
٣٠-٣٤	٩٧	+١	٩٧×١=٩٧	١	٩٧×١=٩٧
٣٥-٣٩	٤٨	+٢	٤٨×٢=٩٦	٤	٤٨×٤=١٩٢
٤٠-٤٤	٢٤	+٣	٢٤×٣=٧٢	٩	٢٤×٩=٢١٦
٤٥-٤٩	١٥	+٤	١٥×٤=٦٠	١٦	١٥×١٦=٢٤٠
٥٠-٥٤	١	+٥	١×٥=٥	٢٥	١×٢٥=٢٥
المجموع	٣٥٠		١٧٥		١١٠٧

حساب الانحراف المعياري للفئات الدرجات التكرارية بالطريقة المختصرة

$$\text{متوسط الانحراف} = \frac{١٧٥}{٣٥٠}$$

$$= ٠,٥$$

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات} = \frac{١١٠٧}{٣٥٠}$$

$$= ٣,١٦٢٩$$

وبما أن

$$\text{الانحراف المعياري} = \text{مدي الفئة} \sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط انحرافات}}$$

$$= ٥ \sqrt{٣,١٦٢٩ - (٠,٥)^٢}$$

$$= ٥ \sqrt{٣,١٦٢٩ - ٠,٢٥}$$

$$= ٥ \sqrt{٢,٩١٢٩}$$

$$= ٨,٥ \text{ تقريبا}$$

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق في صياغة معادلة الانحراف المعياري صياغة رمزية مختصرة بالطريقة التالية:

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات} = \frac{\text{مجـ} (\text{ت} \times \text{ح}^٢)}{\text{ن}}$$

$$\text{متوسط الانحرافات} = \frac{\text{مجـ} (\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{مربع متوسط الانحرافات} = \left(\frac{\text{مجـ } (\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}} \right)^{٢}$$

وإذا رمزنا لمدي الفئة بالرمز ف

وللانحراف المعياري بالرمز ع

تتحول معادلة الانحراف المعياري إلي الصورة التالية:

$$\text{ع} = \text{ف} \times \sqrt{\frac{\text{مجـ } (\text{ت} \times \text{ح}^{٢})}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ } (\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}} \right)^{٢}}$$

٤-حساب الانحراف المعياري بالطريقة العامة:

أدق طريقة معروفة لحساب الانحراف المعياري هي التي تعتمد علي الأرقام الخام دون الاستعانة الصريحة بالانحرافات. وهي لذلك لا تحتاج إلي تصحيح أثر الفئات.

وتتلخص هذه الطريقة في المعادلة التالية التي تشبه إلي حد كبر معادلة الانحراف المعياري لفئات الدرجات التكرارية مع تغيير بسيط في مدي الفئة حيث يصبح مساويا للواحد الصحيح فهو لذلك لا يظهر في الصورة العامة للمعادلة، وحيث نعتمد علي الدرجات الخام بدل أن كنا نعتمد علي الانحرافات، وهكذا نري أن:

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الإعداد}}$$

والجدول التالي يوضح خطوات هذه الطريقة:

الدرجة	مربع الدرجة
١	١
٢	٤
٦	٣٦
٨	٦٤
١٠	١٠٠
١٢	١٤٤
١٣	١٦٩
١٥	٢٢٥
١٦	٢٥٦
١٧	٢٨٩
مجـ=١٠٠	مجـ=١٢٨٨
المتوسط= $\frac{١٠٠}{١٠}$	المتوسط= $\frac{١٢٨٨}{١٠}$
= ١٠	= ١٢٨,٨

أي أن متوسط مربعات الدرجات = ١٢٨,٨

ومتوسط الدرجات = ١٠

∴ مربع متوسط الدرجات = (١٠)٢

= ١٠٠

∴ الانحراف المعياري = $\sqrt{١٢٨,٨ - ١٠٠}$

$$= \sqrt{٢٨,٨}$$

$$= ٥,٣٦٦٥$$

= ٥,٤ تقريبا

وهكذا نري أن الصورة الرمزية لمعادلة العامة للانحراف المعياري للدرجات الخام تتلخص في:

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}\right)^{٢}}$$

حيث يدل الرمز ع علي الانحراف المعياري، والرمز س علي الدرجة.

هذا ويمكن أن نستعين بنفس هذه الفكرة في حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية. والجدول التالي موضح خطوات هذه الطريقة.

الدرجة س	التكرار ت	التكرار×الدرجة ت × س	مربع الدرجات س٢	التكرار×مربع الدرجات ت × س٢
٤	٢	٢×٤=٨	١٦	٢×١٦= ٨
٥	٣	٣×٥=١٥	٢٥	٣×٢٥=٧٥
٦	٣	٣×٦=١٨	٣٦	٣×٣٦=١٠٨
٩	١	١×٩=٩	٨١	١×٨١=٨١
١٠	١	١×١٠=١٠	١٠٠	١×١٠٠=١٠٠
المجموع المتوسط	١٠	٦٠ ٦٠ ÷ ١٠ = ٦		٣٩٦ ٣٩٦ ÷ ١٠ = ٣٩,٦

حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية بالطريقة العامة

أي أن متوسط مربعات الدرجات = ٣٩,٦

ومتوسط الدرجات = ٦

∴مربع متوسط الدرجات = ٣٦

لكن الانحراف المعياري

$$= \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات - مربع متوسط الدرجات}}$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{٣٩,٦ - ٣٦}$$

$$= \sqrt{٣,٦} = ١,٩ \text{ تقريبا}$$

وهكذا نري أن الصورة الرمزية لمعادلة العامة للانحراف المعياري للدرجات التكرارية تتلخص في:

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^٢ \times \text{ت}}{ن} - \left(\frac{\text{مجـ س} \times \text{ت}}{ن}\right)^٢}$$

الخواص الإحصائية للانحراف المعياري:

١-يعتبر الانحراف المعياري أهم مقياس من مقاييس التشتت لارتباطه بأغلب المقاييس الإحصائية مثل معاملات الالتواء والتفرطح والارتباط والدرجات المعيارية.

٢-للانحراف المعياري قيمتان إحداهما سالبة والأخرى موجبة، لأن قيمة الانحراف المعياري هي الجذر التربيعي لكل من متوسط

مربعات الانحرافات عن المتوسط مطروحا مـــن مربـــع متوســـط الانحراف.

+٣ع +٢ع +١ع م -١ -٢ع -٣ع

(المتوسط)

٣-يتأثر الانحراف المعياري تأثرا شديدا بالدرجـــات المتطرفـــة فـــي التوزيع التكراري نظرا لاعتماده المباشر علي مربعـــــات فـــروق الدرجات عن المتوسط الحسابي.

٤-يقسم الانحراف المعياري قاعدة منحني التوزيع التكراري إلي أقسام متساوية وهذه تؤدي إلي تقسيمات غير متساوية لتكرار الدرجـــات، علي نقيض المئينيات والاعشاريات والأرباعيات.

٥-لا يتأثر الانحراف المعياري بإضافة عدد ما ثابت لكل درجة مـــن درجات التوزيع التكراري، أو بحذف قيمة عددية ثابتة أيضا.

٦-عندما يقترب شكل التوزيع التكراري من المنحني الاعتدالي، يقســم الانحراف المعياري المدي الكلي للدرجات إلي ٦ أقسام متســـاوية، أي أن تشتت الدرجات عن يمين المتوسط يصـــل إلـــي ٣ أمثـــال الانحراف المعياري وتشتتها عن يسار المتوسط يصل أيضا إلـــي ٣ أمثال " ع ".

٧-

$$\text{الانحراف المعياري (ع)} = \frac{\text{المدي الكلي}}{٦} \text{ تقريبا}$$

رابعا: التبـــاين:

التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط أي أنــــه مربع الانحراف المعياري أي أن:

$$\text{التباين} = \frac{\text{مجـ ح}^٢}{\text{ن}} = \text{ع}^٢$$

وبذلك يكون التباين إحدى المتوسطات، لأنه في جوهره متوسـط لمربعات الانحرافات، ولذا فهو يصلح لقياس الفروق الجماعيـــة بيــن الأنواع المختلفة للتوزيعات التكرارية، كحساب الفروق بين مســتويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لأي مادة من مواد الدراسة، أو بالنسبة لدرجات أي قدرة من القدرات العقلية ، ويسمي هذا النوع من التحليــل بتحليل التباين.

التباين الوزني:

وللتباين فائدته الإحصائية المباشـــرة فــي قيــاس الانحــراف المعياري للمجموعات المختلفة، أو ما يمكـــن أن نســميه بـــالانحراف المعياري الوزني، كما أطلقنا علي متوسـط المجموعـــات أو متوسـط المتوسطات اسم المتوسط الوزني.

ولحساب تباين مجموعتين أو أكثر (التباين الوزني) نتبع الخطوات التالية:

١- نحسب المتوسط الوزني: $م = \frac{ن١ س١ + ن٢ س٢}{ن١ + ن٢}$

٢- نحسب مربعات الفروق بين متوسط كل مجموعة والمتوسط الوزني كما يلي:

$ق_١^٢ = (س١ - م)٢$ ، $ق_٢^٢ = (س٢ - م)٢$

٣- نحسب التباين الوزني $= \frac{ن١ ع_١^٢ + ن٢ ع_٢^٢ + ن١ ق_١^٢ + ن٢ ق_٢^٢}{ن١ + ن٢}$

مثال: أوجد التباين الوزني بين هاتين المجموعتين:

الخواص	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
العدد (ن)	٧٠	٣٠
المتوسط (س)	٦٠	٥٠
الانحراف المعياري ع	٣	٢

٢-المتوسط الوزني $م = \frac{ن١ س١ + ن٢ س٢}{ن١ + ن٢} = \frac{٧٠×٦٠ + ٥٠×٣٠}{٧٠ + ٣٠} = ٥٧$

٢- $ق_١^٢ = (س١ - م)٢ = (٦٠ - ٥٧)٢ = ٩$

$ق_٢^٢ = (س٢ - م)٢ = (٥٠ - ٥٧)٢ = ٤٩$

٣- التباين الوزني =

$$\frac{\text{ن١ع}^{٢}_{١} + \text{ن٢ع}^{٢}_{٢} + \text{ن١ق}^{٢}_{١} + \text{ن٢ق}^{٢}_{٢}}{\text{ن١} + \text{ن٢}}$$

$$= \frac{٧٠\times(٣)^{٢} + ٣٠\times(٢)^{٢} + ٧٠\times٩ + ٣٠\times٤٩}{٧٠ + ٣٠}$$

= ٢٨,٥

أي أن الانحراف المعياري للمجموعتين = $\sqrt{٢٨,٥}$ = ٥,٣٤

تمارين على الفصل الرابع

****

١-احسب المدى المطلق والحقيقي، والانحراف المعياري للدرجات الخام الآتية، ثن اشتق خاصية من الخواص الإحصائية لكل من المدى والانحراف المعياري للنتائج التي حصلت عليها:

أ-٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

ب-١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨

ج- ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠

د- ٤٠٠٠ ، ٥٠٠٠ ، ٦٠٠٠ ، ٧٠٠٠ ، ٨٠٠٠

هـ- ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧

و- ٢ ، ٢,٥ ، ٣ ، ٣,٥ ، ٤

٢-احسب الوسيط، والانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي)، والانحراف المعياري للبيانات المبينة في الجدول التالي:

ف	٣-	٦-	٩-	١٢-	١٥-	١٨-٢١
ك	١٠	٢٠	٣٠	٢٠	٣٠	٢٠

٣-فيما يلي درجات ٥ طلاب، و٥ طالبات في اختبار تحصيلـــي فـــي مادة الإحصاء الوظيفي:

الطـــلاب: ١٥، ١٠، ٢٠، ٥، ١٠

الطالبات: ٢٠، ٢٩، ٢١، ١٥، ٥

أ - أيهما أكثر تحصيلا مجموعة الطلبة أم الطالبات؟

ب-أيهما أكثر تجانسا الطلبة أم الطالبات من حيث مستوى التحصيل؟

ج-لحسب التباين الوزني للمجموعتين وكذلك الانحراف المعياري الوزني؟


الفصل الخامس

معامل الارتباط

******

تفيد كل من مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت في وصف وتوزيع واحد، فإذا كان المتغير هو درجات الامتحان النهائي لعدم الاجتماع أمكن وصفها من حيث نزعتها المركزية وتشتتها. ولكن الدراسات السلوكية في علم النفس والاجتماع والخدمة الاجتماعية والتربية تعتمد كثيراً إلي البحث عن العلاقة بين توزيعات متغيرين أو العلاقة بين أكثر من متغير، ولا يكتفي حينئذ بوصف كل متغير علي حدة، بل أن هناك حاجة إلي وصف علاقة متغير بمتغير آخر مثلاً، ما هي علاقة الذكاء بالإبداع في الفنون التشكيلية؟ وما هي علاقة سرعة القراءة بالفهم وما ارتباط حجم الأسرة بمستوي التوافق النفسي والاجتماعي؟ وما علاقة النزاعات الأسرية بالإنتاج؟ وما هو ارتباط الذكاء بعدد ساعات الاستذكار؟

للإجابة علي أي من التساؤلات السابقة يعد الباحث أو يستخدم مقياساً لقياس كل متغير، ويتوفر له بالتالي نتائج تطبيق المقياسين علي مفردات البحث بحيث يكون لكل مفحوص درجتين أحدهما للمتغير الأول، وثانيهما للمتغير الثاني. وتقع الإجابة في ثنايا بيانات المتغيرين ويحار الباحث إذا لجأ عن العلاقة بالاعتماد علي عدد قليل من القراءات التي يحصل عليها دون غيرها من القراءات الكثيرة التي حصل عليها،

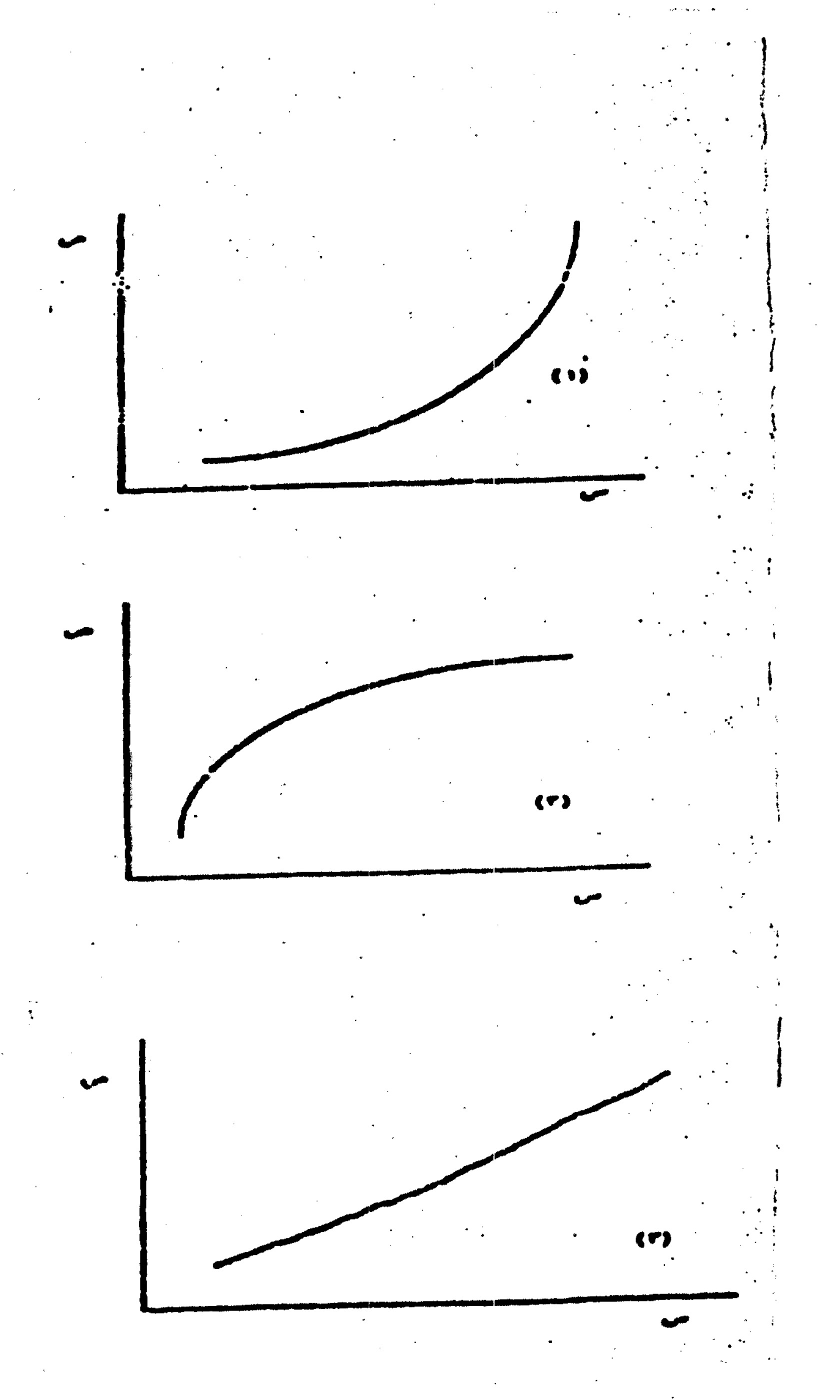
لذلك يكون من المفضل أ يصف الباحث العلاقة بين المتغيرين من خلاله كمية رقمية واحدة تتيح له إمكانية تفسير العلاقة الموجودة بين المتغيرين.

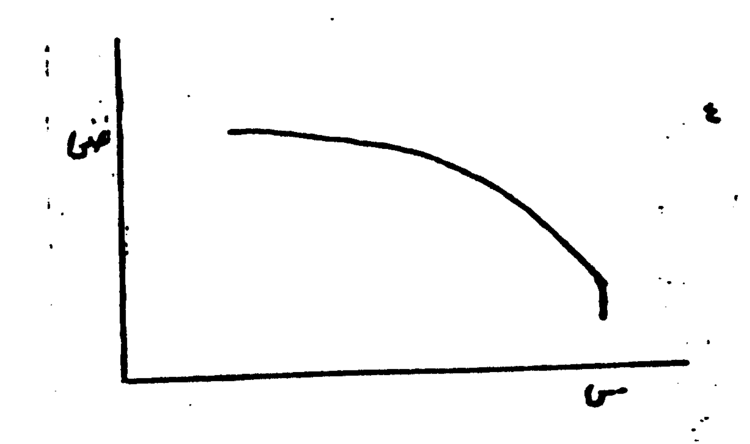
ومعامل الارتباط هو قيمة كمية تمثل العلاقة بين متغرين مستمرين تم جمعها لمفردات الدراسة، بحيث يتوفر لكل ممفردة من المفرادات التي جري فحصها وبحثها قراءتين لكل متغير، أي درجة في المتغير الأول ودرجة في المتغير الثاني، وعن طريق معامل الارتباط يستطيع الباحث معرفة ما إذا كان التغير في المتغير الأول يصحبه تغيراً في المتغير الثاني، أ] أنه لا يوجد تغير يذكر في أحد المتغيرين بتغير الآخر.

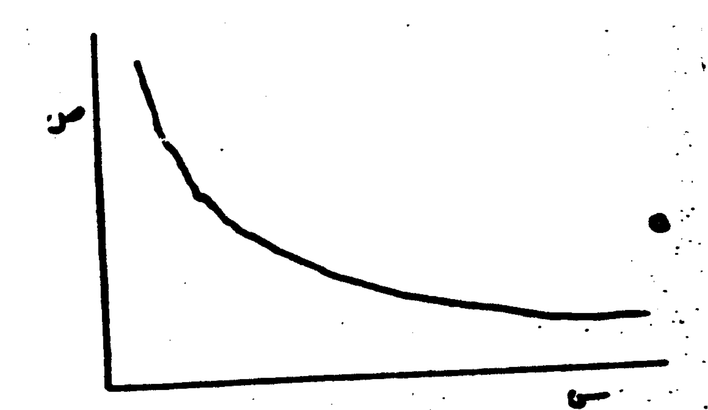
فلدراسة العلاقة بين الذكاء والتحصيل المدرسي مثلاً يطبق الباحث أحد اختبارات الذكاء علي مجموعة من تلاميذ المدارس، ثم يعد كشفاً يسجل فيه أمام اسم أو رقم الطالب درجته في اختبار الذكاء ودرجته في الامتحان النهائي، عندئذ يكون الذكاء هو المتغير الأول والتحصيل المدرسي هو المتغير الثاني والتلاميذ الذين تم اختيارهم وتسجيل درجاتهم في المتغيرين هم مفردات البحث، ويرمز عادة للمتغير الأول بالرمز س كما يرمز للمتغير الثاني بالرمز ص، ويسمي المتغير الأول أحياناً بالمتغير المستقل، والمتغير الثاني بالمتغير التابع علي أساس أن التحصيل الدراسي يتبع ويعتمد علي الذكاء، ولكن من المفضل في حساب معامل الارتباط إلا يعتمد الباحث علي اعتبار المتغير الأول بالمستقل والثاني بالتابع إذ قد يكون المتغيران في تأثير

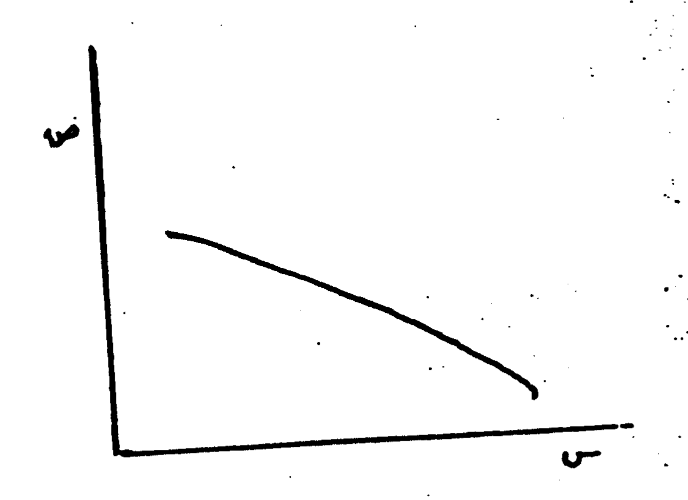
متبادل أو أنهما غير مرتبطين إلا من خلال متغير ثـــالث، بحيـث إذا عزلنا المتغير الثالث بأن عدم ارتباط المتغيرين واتضـــح أن الثـــاني لا شأن له بالأول. ثم تصور أننا نبحث في العلاقة بيـــن طـــول الزوجـــة وطول الزوج فأيهما يكون المستقل وأيهما يكون التابع، وهل يؤدي تغير طول الزوجة إلي التغير في طول الزوج، أو أن طول الزوج يؤدي إلي طول الزوجة؟ لذلك يفضل اعتبار المتغير الأول س والمتغـــير الثـــاني ص.

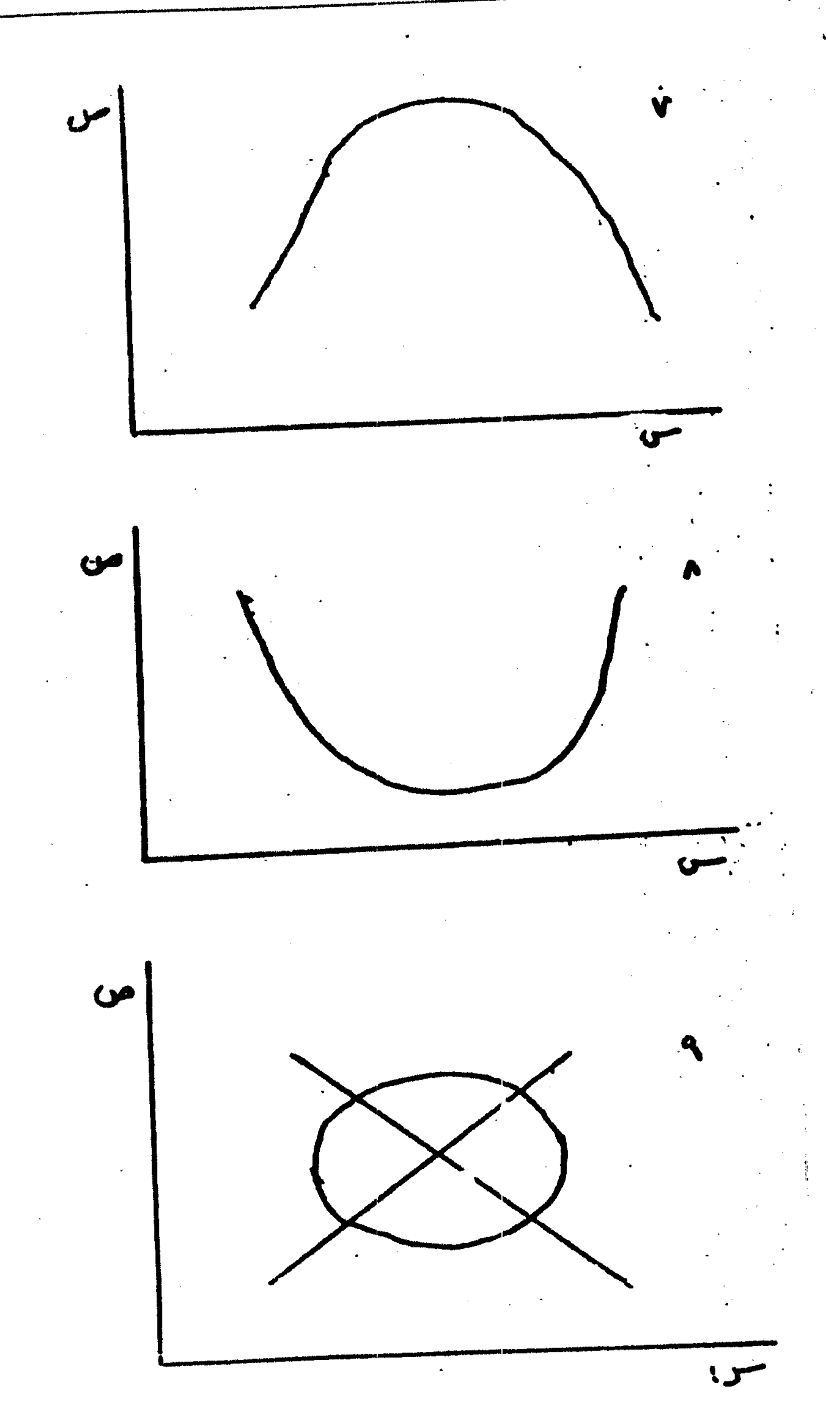
يمكن تمثيل العلاقة بين المتغيرين تمثيلا بيانيـــا، فـــإذا اتخذنـــا المحور الأفقي مثلا للمتغير س والمحور الرأسي تمثيلا للمتغـــير ص، أصبح من اليسير تمثيل كل مفرد البحث بنقطة حسب إحداثيهما السـينى والصادي، ومن خلال الرؤية الشمولية لنقاط الرسم البياني يمكن إدراك العلاقة بين المتغيرين، بل ويمكن تمثيل هذه العلاقة بخط بيـــاني يمثـــل العلاقة بين المتغيرين ويسمي بخط الانحدار. وفيما يلي مجموعة مـــن العلاقات التي قد يصل إليها الباحث من خلال التمثيل البياني من بيـــن احتمالات كثيرة.


ص
(١)
س
ص
(٢)
س
ص
(٣)
س


٤
ص
س


ص
س


ص
س


٧
ص
س
٨
ص
س
٩
ص
س

ويلاحظ علي الخطوط البيانية أن جميعها منحنية فيما عدا الخطين الثالث والسادس فهما مستقيمان، ويهتم معامل الارتباط بتلخيص العلاقة المستقيمة بين المتغيرين كما هو الحال في ٣ ، ٦ ، ٩ ؛ أما في حالة ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، يجري تحويل كل قطع مكافئ إلي علاقة مستقيمة بتحويل أحد المتغيرين إلي لوغاريتم، وبذلك ينطبق عليها شرط العلاقة المستقيمة ومن ثم يصلح معها حساب الارتباط، مع وجوب الحذر في صياغة العلاقة بين المتغيرين، فليس الارتباط عندئذ بين المتغيرين س ، ص ولكن بين لوغاريتم س مع ص مثلاً، ويتبقي منحنين هما ٧ ، ٨ ويطبق في شأنهما يسمي بنسبة الارتباط وليس معامل الارتباط.

ولمعامل الارتباط قيمة أخري بالإضافي إلي قياسه مدي العلاقة بين متغيرين يمثلهما خط بياني مستقيم، ذلك أن لمعامل الارتباط إشارة إما موجبة أو سالبة. فإذا كانت إشارة معامل الارتباط موجبة دل ذلك علي وجود علاقة إيجابية بين المتغيرين س ، ص بمعني أن الزيادة في س يصحبها زيادة في ص، وأن النقص في س يصحبها نقص في ص. هذه العلاقة الإيجابية هي ما نسميها عادة بالعلاقة الطردية. أما إذا كانت إشارة معامل الارتباط سالبة فيدل ذلك علي وجود علاقة سالبة بين المتغيرين س ، ص بمعني أن الزيادة في س يصحبها نقص في ص وأن النقص في س يصحبها زيادة في قيمة ص، ويسمي العلاقة السالبة عادة بالعلاقة العكسية.

ويمكن أن نستدل علي نوع العلاقة سواء كانت موجبة أو سالبة من فحص الدرجات الخام للمتغيرين بعد تمثيلهما تمثيلاً بيانياً. فإذا كانت نقاط التوزيع يمثلها خط بياني يشبه الشكل (٣) كانت العلاقة إيجابية وينتج معامل ارتباط موجب، أما إذا كانت نقاط التوزيع ممثلة في خط بياني يشبه الشكل (٦) كانت العلاقة سالبة وينتج معامل ارتباط سالب.

ويتميز معامل الارتباط أن قيمته تتراوح ما بين +١ إلي -١ مروراً بالصفر، فقيم معامل الارتباط التي تتحصر بين (٠) إلي (+١) تشير إلي علاقة طردية موجبة ومعاملات الارتباط التي تتحصر بين (٠) إلي (-١) تشير إلي علاقة عكسية سالبة.

(+١ .... ٠ ....٠-١)

صفر

ارتباط موجب — ارتباط سالب

علاقة طردية موجبة — علاقة عكسية سالبة

وقلما يحصل الباحثين في العلوم السلوكية والبيولوجية علي معامل ارتباط تام +١ ، -١ مثلما يحدث أحيانا في العلوم الطبيعية ، ويرجع هذا إلى قصور في المقاييس المستخدمة ولعدم الدقة في تناول هذه المقاييس ، ولتعذر التحكم في جميع العوامل المؤثرة في المتغيرين موضع البحث، ويؤدي هذان العاملان إلي أن النقط البيانية التي نحصل عليها من المتغيرين لا تقع علي استقامة واحدة بل تتأثر في اتجاه معين فإذا رسمنا أنسب خط بياني مستقيم وتناثرت النقاط البيانية ملاصقة

للخط البياني فإن معامل الارتباط يكون قريبا من الواحد الصحيح. إمـــا إذا أخذت في التناثر والتباعد عن الخط المستقيم أخذ معامل معه تحديــد اتجاه الخط المستقيم كما هو الحال فـــي الشـــكل (٩) اقـــترب معـــامل الارتباط من الصفر ... إشارة إلي عدم وجود ارتباط بين المتغـــيرين س ، ص وحين يكون معامل الارتباط صفرا أو قريبا مـــن الصفـــر فـــإن الزيادة في س لا يصاحبها بالضرورة زيادة أو نقص في ص بل إن لكل قيمة من قيم س قيم مرتفعة وقيم منخفضة مـــن ص، الأمـــر الـــذي لا يستطيع معه الباحث التكهن بوجود علاقـــة طرديـــة أو عكســـية بيـــن المتغيرين عندئذ يقرر الباحث أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين.

ويفيد معامل الارتباط في التنبؤ بقيم ص، فالقراءات التي يحصل عليها الباحث لا تغطي جميع قيم المتغير س، فإذا أراد أن يعين قيمـــة ص الخاصة بقيم س التي لم تتضمنها نتائج دراسته لجأ إلي الاســـتفادة من معامل الارتباط في التنبؤ بقيمة ص بدلالة قيمـــة س، ويـــهمنا الآن الإشارة إلي أن معامل الارتباط حي يكون مرتفعا يكون التنبؤ بقمـــة ص دقيقا، أما إذا كان معامل الارتباط منخفضا يكون التنبؤ غير دقيق بحيث إذا كان معامل الارتباط مساويا للصفر فإن القيمة التنبؤية لـــها ليســـت بذات قيمة حيث يشوبها خطأ كبير غير مقبول.

طريقة حساب معامل الارتباط:

يصح لنا في البداية الإشارة إلي أن هناك أكثر من معادلة يحسب بواسطتها معامل الارتباط، وتتطلب بيانات كل معادلة معالجة الدرجـات

الخام خاصة حسب مكونات كل معادلة، ويشيع استخدام معادة بيرسون لذا يسمي هذا المعامل بمعامل بيرسون أو معامل ارتباط بيرسون في حالة استخدام متغيرين متصلين.

وتنتهي جميع صور معادلة بيرسون إلي نتيجة واحدة نظوا لأن الصور اشتقاقات لمعادلة واحدة منبثقة عن فكرة الدرجة المعيارية. ومعامل الارتباط أساسا هو مجموع حاصل ضرب الدرجة المعيارية للمتغير ص في الدرجة المعيارية للمتغير ص مقسوما علي عدد الحالات المعيارية المتناظرة للمتغيرين س ، ص:

$$ر = \frac{مجـ (دس دص)}{ن} \quad .... (١)$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون

ن = عدد الحالات

دس = الدرجة المعيارية لمفردات المتغير س

دص = الدرجة المعيارية لمفردات المتغير ص

والدرجة المعيارية تعتمد في حسابها علي المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وبالتالي يتطلب الأمر حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير س ثم تحويل قيم س إلي درجات معيارية، وكذلك الحال بالنسبة للمتغير ص، وبعدها أي بعد تحويل قيم س وقيم ص إلي درجات معيارية نطبق المعادلة السابقة.

س − م

هذا علما بأن الدرجة المعيارية = $\dfrac{\qquad}{\text{ع}}$

هذا ولتجنيب إيجاد متوسطين وانحرافين معيارين تم استبدال كل درجة خام بقيمتها المعيارية.

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{(\text{ن مجـ س}^{\text{٢}} - (\text{مجـ س})^{\text{٢}})\ (\text{ن مجـ ص}^{\text{٢}} - (\text{مجـ ص})^{\text{٢}})}} \quad \ldots(\text{٢})$$

ونفضل استخدام المعادلة الآتية لأن مكوناتها أقرب إلى معادلة الانحراف المعياري.

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \dfrac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{\text{٢}} - \dfrac{(\text{مجـ س})^{\text{٢}}}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^{\text{٢}} - \dfrac{(\text{مجـ ص})^{\text{٢}}}{\text{ن}}\right)}} \quad \ldots(\text{٣})$$

ويحصل الباحث علي جدول به عمودين أحدهما للمتغير س والآخر للمتغير ص، ولحساب معامل الارتباط عليه أن يقين ثلاثة أعمدة أحدهما لحاصل ضرب س × ص والثاني لحاصل ص في نفسها، ثم نجمع كل عمود من الأعمدة الخمسة ونعوض في المعادلة (٢).

مثال: أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

س	١	٢	٣	٠	٤
ص	٢	٣	٥	٢	٤

الحل :

س	ص	س ص	س٢	ص٢
١	٢	٢	١	٤
٢	٣	٦	٤	٩
٣	٥	١٥	٩	٢٥
٠	٢	٠	٠	٤
٤	٣	١٢	١٦	٩
١٠	١٥	٣٥	٣٠	٥١

مجـ س = ١٠   مجـ ص = ١٥

مجـ س ص = ٣٥   مجـ س٢ = ٣٠

مجـ ص٢ = ٥١   ن = ٥

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \dfrac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{2} - \dfrac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^{2} - \dfrac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}}\right)}} \quad \ldots (٣)$$

$$ر = \frac{٣٥ - \frac{١٠ \times ١٥}{٥}}{\sqrt{\left(٣٠ - \frac{(١٠ \times ١٠)}{٣٥}\right)\left(٥١ - \frac{(١٥ \times ١٥)}{٥}\right)}}$$

$$= \frac{٣٥ - ٣٠}{\sqrt{١٠ \times ٦}}$$

$$= \frac{٥}{\sqrt{٦٠}} = \frac{٥}{٧,٧٦٠} = +٠,٦٤٥$$

وهذا يشير إلي أن العلاقة طردية بين المتغيرين وأن معامل الارتباط يساوي ٠,٦٥.

الخواص الحسابية لمعامل الارتباط:

سبقت الإشارة إلي أن المتوسط الحسابي حساس للعمليات الأربع الجمع والطرح والضرب والقسمة، وكما أوضحنا من قبل أن الانحراف المعياري يتأثر بالضرب والقسمة فقط ولا يتأثر بالجمع والطرح. وقد استفدنا من هذه الخواص في تيسير حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري بتطبيق إجراءات اختزال القيم بالطرح ثم القسمة وتعديل الناتج بالضرب والإضافة في حالة المتوسط الحسابي والضرب فقط في حالة الانحراف المعياري.

أما بالنسبة لمعامل الارتباط فإن لا يتأثر بالجمع أو الطرح.

مثال: أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

س	٤	٥	٦	٣	٧
ص	١	٢	٤	١	٢

الحل:

س	ص	س ص	س٢	ص٢
٤	١	٤	١٦	١
٥	٢	١٠	٢٥	٤
٦	٤	٢٤	٣٦	١٦
٣	١	٣	٩	١
٧	٢	١٤	٤٩	٤
٢٥	١٠	٥٥	١٣٥	٢٦

مجـ س = ٢٥   مجـ ص = ١٠

مجـ س ص = ٥٥   مجـ س٢ = ١٣٥

مجـ ص٢ = ٢٦   ن = ٥

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \dfrac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^2 - \dfrac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^2 - \dfrac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}\right)}} \quad \ldots (3)$$

$$ر = \frac{٥٥ - \frac{٢٥ \times ١٠}{٥}}{\sqrt{\left(١٣٥ - \frac{(٢٥ \times ٢٥)}{٣٦}\right)\left(٥١ - \frac{(١٠ \times ١٠)}{٥}\right)}}$$

= ٠,٦٤٥

وإذا قارنا المثال السابق لوجدنا أن المتغير س يزيد بمقدار ٣ عن التغير س في المثال السابق، وأوجدنا أيضا أن المتغير ص ينقص بمقدار واحد عن قيمة ص السابقة وعلي الرغم من ذلك فإن معامل الارتباط يساوي + ٠,٦٤٥ في الحالتين. وهذا يعني أنه إذا تغيرت قيمة س بإضافة أو طرح مقدار ثابت منها، وإذا تغيرت قيم ص بإضافة أو طرح نفس المقدار الثابت الخاص بالمتغير س أو بطرح مقادير ثابتة من المتغير س ، ص فكأن معامل الارتباط لا يتأثر بالجمع أو بالطرح مثله في ذلك مثل الانحراف المعياري، ويختلف في هذه الخاصية عن المتوسط الحسابي.

وبالنسبة للضرب أو القسمة علي مقدار ثابت فإن معامل الارتباط لا يتأثر بها أيضا.

مثال: أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

س	٢	٤	٦	٠	٨
ص	١	١,٥	٢,٥	١	١,٥

الحل :

س	ص	س ص	س٢	ص٢
٢	١	٢	٤	١
٤	١,٥	٦	١٦	٢,٢٥
٦	٢,٥	١٥	٣٦	٦,٣
٠	١	٠	٠	١
٨	١,٥	١٢	٦٤	٢,٢٥
٢٠	٧,٥	٣٥	١٢٠	١٢,٧٥

مجـ س = ٢٠   مجـ ص = ٧,٥

مجـ س ص = ٣٥   مجـ س٢ = ١٢٠

مجـ ص٢ = ١٢,٧٥   ن = ٥

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^2 - \frac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}\right)}}$$

$$\text{ر} = \frac{٣٥ - \dfrac{٢٠ \times ٧,٥}{٥}}{\sqrt{\left(١٢٠ - \dfrac{(٢٠ \times ٢٠)}{٥}\right)\left(١٢,٧٥ - \dfrac{(٧,٥ \times ٧,٥)}{٥}\right)}}$$

$$= \frac{٣٥ - ٣٠}{\sqrt{(١٢٠ - ٨٠)(١٢,٧ - ١١,٢٥)}}$$

$$= \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{٧,٧٦٠} = +٠,٦٤٥$$

وعند مقارنة هذا المثال الأول نجد أن قيمة س الواردة بالمثـــال الأخير ضعف قيمة س الأصلية، وأن قيمة ص الأخيرة نصف قيمة ص الأصلية ورغم ذلك فإن معامل الارتباط يساوي ٠.٦٤٥ وهذا يعني أننا إذا قسمنا أو ضربنا قيمة س في مقدار ثابت وإذا قسمنا أو ضربنا قيمـة ص في نفس المقدار الثابت أو في مقدار ثابت آخر فإن معامل الارتباط لا يتأثر أيضا بهاتين العمليتين. وهذه خاصية ينفرد بها معامل الارتبـاط بالمقارنة إلي كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري.

وعلي وجه العموم فإن معامل الارتبـــاط لا يتـأثر بــأي مـــن العمليات الأربع، فإذا توفر لدي الباحث قيمـــا كبـيرة للمتغـير س أو المتغير ص أو لكليهما سواء للمتغير س أو المتغير ص أولهما باستخدام ثابت واحد أو ثابتين، دون أن يتأثر معامل الارتباط، لكن الأمر يحتـــاج

إلي شئ من الحذر وإذا قام الباحث بحساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للدرجات الأصلية من القيم بعد اختصارها، إذ يتطلب الأمر معالجة متأنية في ضوء الخصائص الحسابية للمتوسط الحسابي والانحراف المعياري.

مثال: أوجد معامل الارتباط للمتغير س ، ص وكذلك أوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل منهما.

س	٩٨٧١	٩٨٧٣	٩٨٧٥	٩٨٧٧	٩٨٧٧	٩٨٧٨
ص	٤٠	٤٨	٢٤	١٦	٠	٨

الحل :

س	ص	س بطرح ٩٨٧٠	ص بالقسمة ٨	س ص	س٢	ص٢
٩٨٧١	٤٠	١	٥	٥	١	٢٥
٩٨٧٣	٤٨	٣	٦	١٨	٩	٣٦
٩٨٧٥	٢٤	٥	٣	١٥	٢٥	٩
٩٨٧٧	١٦	٧	٢	١٤	٤٩	٤
٩٨٧٧	٠	٧	٠	٠	٤٩	٠
٩٨٧٨	٨	٨	١	٨	٦٤	١
		٣١	١٧	٦٠	١٩٧	٧٥

$$ر = \frac{٦٠ - \frac{٣١ \times ١٧}{٦}}{\sqrt{\left(١٩٧ - \frac{(٣١ \times ٣١)}{٦}\right)\left(٧٥ - \frac{(١٧ \times ١٧)}{٦}\right)}}$$

$$= \frac{٦٠ - ٨٧,٨٣}{\sqrt{(١٩٧ - ١٦٠,١٧)(٧٥ - ٤٨,١٧)}}$$

$$= \frac{-٢٧,٨٣}{\sqrt{٣٦,٨٣ \times ٢٦,٨٣}}$$

$$= \frac{-٢٧,٨٣}{٣١,٤٣} = -٠,٨٨٥$$

ولحساب المتوسطات الحسابية:

$$\text{المتوسط الحسابي للمتغير س} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} + \text{المقدار الثابت المطروح}$$

$$= \frac{٣١}{٦} + ٩٨٧٠$$

$$= ٥,١٧ + ٩٨٧٠ = ٩٨٧٥,١٧$$

$$\text{المتوسط الحسابي للمتغير ص} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} \times \text{المقدار الثابت المقسوم عليه.}$$

$$= \frac{١٧}{٦} \times ٨$$

$$= ٢,٨٣ \times ٨ = ٢٢,٦٧$$

ولحساب الانحرافات المعيارية ينبغي الاستفادة من ناتج العمليات الواردة في مقام معامل الارتباط، هذا بالإضافة إلي أن المتغير الذي اختصرناه بالقسمة ينبغي ضرب انحرافه المعياري في المقدار المقسوم عليه، أما المتغير الذي اختصرناه بالطرح فلا ينبغي تغير انحرافه المعياري.

$$\text{الانحراف المعياري} = \frac{١}{ن} \frac{(مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢)}{ن}$$

$$\text{الانحراف المعياري للمتغير س} = \sqrt{\frac{١}{٦} (٣٦,٨٣)}$$

$$= \sqrt{٦,١٣٨}$$

$$= ٢,٤٧٧ = ٢,٤٨$$

الانحراف المعياري للمتغير ص

$$= \text{المقدار الثابت المقسوم عليه} \frac{١}{ن} \frac{\{(مجـ ص^٢ - (مجـ ص)^٢\}}{ن}$$

$$\text{الانحراف المعياري للمتغير س} = \sqrt{\frac{١}{٦}(٢٦,٨٣)}$$

$$= \sqrt{٤,٤٧}\ ٨$$

$$= ٨ \times ٢,١١٤ = ١٦,٩١$$

معامل ارتباط الرتب

سبقت الإشارة إلي أن لمعامل الارتباط أكثر من صورة مشتقة من المعادلة الرئيسية والتي تعتبر الارتباط هو متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية للمتغيرين محل الدراسة. ومن هذه المعادلات المشتقة معادلة قائمة علي أساس أن قيمة المتغيرين هي الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ وتسمي تلك المعادلة معامل ارتباط سبيرمان، وهي كما يلي:

$$ر = ١ - \frac{٦ مجـ ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

حيث أن ف هي الفرق بين رتب س ورتب ص.

ن عدد مفردات البحث.

ولاستخدام هذه المعادلة يقوم الباحث باستبدال القيم التي حصل عليها بالأرقام الطبيعية، فيرتبها تنازليا أو تصاعديا في حالة المتغير (س) والمتغير (ص) بشرط أن يكون الترتيب واحدا في الحالتين، بمعني أن يكون الترتيب إما تصاعديا أو تنازليا بالنسبة للمتغيرين، ثم

تطبيق المعادلة السابقة علي الرتب الناتجة ونحصل علي معامل الارتباط.

مثال: أوجد معامل ارتباط الرتب للمتغيرين س ، ص

س	١٥	١٨	١٧	١٩	١٦	٢٥
ص	٣٦	٣٧	٣٥	٣٢	٣٨	٤٠

س	ص	رتب س	رتب ص	(ف)	ف٢
١٥	٣٦	١	٣	٢-	٤
١٨	٣٧	٤	٤	٠	٠
١٧	٣٥	٣	٢	١	١
١٩	٣٢	٥	١	٤	١٦
١٦	٣٨	٢	٥	٣-	٩
٢٥	٤٠	٦	٦	٠	٠
					٣٠

مجـ ف٢ = ٣٠

ن = ٦

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٣٠}{٦ \times ٣٥}$$

= ١ - ٠,٨٥٧ = ٠,١٤٢

ويلاحظ علي المثال السابق أننا اخترنا الترتيب التصاعدي كما يلي بالنسبة إلي س:

س مرتبة تصاعديا ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٥

رتب س ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

وبذلك سجلنا رتبة كل قيمة أمامها في العمود الخامس لرتب س وبالنسبة إلي ص:

ص مرتبة تصاعديا ٣٢ ٣٥ ٣٦ ٣٧ ٣٨ ٤٠

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

ومن ثم سجلنا في عمود رتب (ص) الرتب الخاصة بكل قيمة. وبعد ذلك حسبنا الفرق بين رتب (س) ورتب (ص) مع إهمال الإشارة، وسجلنا الفرق المطلق في العمود (ف)، أما العمود الأخير فهو مربع العمود السابق، ومجموعه هو الفرق الذي نستخدمه في التعويض في المعادلة. ويرجع اعتمادنا علي الفرق المطلق بين الرتب إلي أن المطلوب الأخير هو مجموع مربع هذه الفروق. سواء كان الفرق موجبا أو سالبا فإن النتيجة واحدة عند ترتيب هذا الفرق.

مثال أوجد معامل ارتباط للمتغيرين س ، ص

س	٧٥	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٧	٨٠	٧٧
ص	٧٢	٥٥	٦٠	٥٨	٥٤	٥٥	٥٤	٥٢

س	ص	رتب س	رتب ص	(ف)	ف٢
٧٥	٧٢	١,٥	٨	٦,٥-	٤٢,٢٥
٧٥	٥٥	١,٥	٤,٥	٣-	٩,٠٠
٧٦	٦٠	٣	٧	٤-	١٦,٠٠
٧٧	٥٨	٥	٦	١-	١,٠٠
٧٨	٥٤	٧	٢,٥	٤,٥	٢٠,٢٥
٧٧	٥٥	٥	٤,٥	٠,٥	٠,٢٥
٨٠	٥٤	٨	٢,٥	٥.٥	٣٠,٢٥
٧٧	٥٢	٥	١	٤	١٦,٠٠
					١٣٥

مجـ ف٢ = ١٣٥

ن = ٨

ر = ١- (٦مجـ ف٢) / (ن (ن٢ -١))

ر = (٦× ١٣٥) / (٨×٦٣)

ر = ١- (٨١٠) / (٥٠٤)

= ١ - ١,٦٠٧ = ٠,٦٠٧-

ويلاحظ علي المثال السابق وجود درجات متكررة في حـــالتي (س) ، (ص) الأمر الذي ينبغي معه شئ من التدقيق في حساب الرتب، فالدرجة المتكررة لها نفس الرتبة، عندئذ نجمع رتب الدرجة المتكـــررة ونعطي لكل منها متوسط الرتب المخصصة لها فالبنسبة للمتغـــير (س) تكون القيم مرتبة كما يلي:

س مرتبة تصاعديا	[illegible]	[illegible]	٧٦	[illegible]	[illegible]	[illegible]	٧٨	٨٠
الرتب	[illegible]	[illegible]	٣	[illegible]	[illegible]	[illegible]	٧	٨
رتب س	[illegible]	[illegible]	٣	[illegible]	[illegible]	[illegible]	٧	٨

فبعد ترتيب س نسجل الرتب، ثم نعود لتوحيد الرتب لدرجـــات المتساوية فالدرجة ٧٥ مكررة مرتين ومجموع الرتب المخصصة لـــها يساوي ١ + ٢ = ٣ وبالتالي يكون متوسط الرتب المخصصة للدرجـــة ٧٥ يساوي ١,٥. وبالمثل فإن الدرجة ٧ مكررة ثلاث مرات ومجمـــوع رتبها يساوي ٤ + ٥ + ٦ = ١٥ وبالتـــالي يكـــون متوســـط الرتـــب المخصصة للدرجة ٧٧ يساوي ١٥ ÷ ٣ = ٥. وبعد إتمام تعيين رتـــب المتغير س نعود إلي استبدال قيم س الواردة بالجدول السابق برتبها.

وبالنسبة للمتغير ص فإن:

ص مرتبة تصاعديا	٥٢	٤	٥٤	٥٥	٥٥	٥٨	٦٠	٧٢
الرتب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رتب ص	١	٢,٥	٢,٥	[illegible]	٤,٥	٦	٧	٨

وبعد استبدال قيم س برتبها يجري حساب معامل الارتباط كما سبق أن أوضحنا ويلاحظ علي المثال الأخير أن معامل الارتباط سالب بمعني أن العلاقة بين المتغيرين عكسية.

خواص معامل ارتباط الرتب:

يتميز معامل ارتباط الرتب بسهولة الحساب، كما يفضل معامل ارتباط الرتب إذا كان التوزيع المتغير الأول أو المتغير الثاني أو كليهما ليس بالتوزيع الاعتدالى المعياري أو قريبا منه نظرا لأن معامل ارتباط بيرسون يتطلب أساسا أن يكون توزيعي المتغيرين اعتداليا معياريا، وعندما يكون أحد التوزيعين ملتويا التواء شديدا فإن ذلك يخل بشرط من شروط تطبيق معادلة بيرسون، ويلزم عندئذ استخدام ارتباط الرتب.

ويحدث أحيانا كثيرة بأن يحصل الباحث علي بيانات رتبية حين يطلب مثلا من اثنين من المدرسين أن يرتبا مجموعة من المفردات ولتكن مجموعة من التلاميذ حسب مستواهم التحصيلي في أحد المقررات المدرسية، وتكون النتيجة أن البيانات المتوفرة عبارة عن رتب، ويقتضي الحال استخدام معامل ارتباط الرتب وليس معامل ارتباط بيرسون. ويتبع هذا الإجراء عندما لا يتوفر مقياسا مثلما هو الحال في بحوث التربية الفنية حيث يميل الباحثون عادة نحو الترتيب كخطوة علي طريق القياس.

ويستخدم معامل ارتباط الرتب في حالة توفر مراتب أو تقديرات بدلا من وجود قيم كمية، حيث يسهل استبدال كل من المراتب أو

التقديرات بالرتب ويصبح عندئذ تطبيق معامل ارتبـــاط الرتـــب أمـــرا ميسورا.

مثال: أوجد معامل ارتباط بين متغيري الذكاء والتحصيل الآتيين:

الذكاء	ذكي	ذكي جدا	ذكي	متوسط	ذكي	غبي	فوق المتوسط	ذكي
التحصيل	ممتاز	جيد	جيد جدا	مقبول	مقبول	ضعيف	جيد	جيد جدا

الحل:

الذكاء	**التحصيل**	**رتب س**	**رتب ص**	**(ف)**	**ف٢**
ذكي	ممتاز	٥,٥٠	٨	-٢,٥	٦,٢٥
ذكي جدا	جيد	٨	٤,٥	٣,٥	١٢,٢٥
ذكي	جيد جدا	٥,٥٠	٦,٥	-١,٠	١,٠٠
متوسط	مقبول	٢,٠	٢,٥	-٠,٥	٠,٢٥
ذكي	مقبول	٥,٥٠	٢,٥	٣.٠	٩,٠٠
غبي	ضعيف	١	١	٠	٠
فوق المتوسط	جيد	٣	٤,٥	-١,٥	٢,٢٥
ذكي	جيد جدا	٥.٥	٦,٥	-١,٠	١,٠٠
					٣٢,٠٠

مجـــ ف = ٣٢

ن = ٨

الذكاء تصاعديا	غبي	متوسط	فوق المتوسط	ذكي	ذكي	ذكي	ذكي	ذكي جدا
الرتب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رتب الذكاء	١	٢	٣	٥,٥٠	٥,٥٠	٥,٥٠	٥,٥٠	٨

التحصيل تصاعديا	ضعيف	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد جدا	جيد جدا	ممتاز
الرتب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رتب التحصيل	١	٢,٥	٢,٥	٤,٥	٤,٥	٦,٥	٦,٥	٨

$$\text{ر} = ١ - \frac{\text{٦مجـ ف}^{٢}}{\text{ن (ن}^{٢}\text{-١)}}$$

$$\text{ر} = ١ - \frac{٣٢\times٦}{٨(٦٣)}$$

$$\text{ر} = ١ - \frac{١١٢}{٥٠٤}$$

= ١ - ٠,٣٨ = ٠,٦٢

ويؤخذ علي معامل ارتباط الرتب أنه غير دقيق لاعتماده علـــي الرتب بدلا من اعتماده علي الدرجات الفعلية، فاستبدال القيــم بــالرتب ربما يكون فيه غبن كبير في أحيان كثيرة، فالقيم ١٥ ، ١٩ ، ٧٠ تكون رتبها ١ ، ٢ ، ٣ ولاحظ أن القيمتين الأولي والثانية تختلفان بمقــدار ٤ وتختلف رتبتهما بمقدار رتبة واحدة، أما القيمة الثالثة والرابعة فالفــارق بينهما يساوي ٥١ ولكنهما يختلفان برتبة واحدة، كما لو كـــان الفــرق يساوي ٤ يعني أن الرتب لا تميز فروق القيم صغرت أو كبرت.

هذا بينما نجد أن معامل ارتباط بيرسون يأخذ في الاعتبار كـــل القيم ولا يطمس الفروق التي بينها وبين غيرها من القيم.

خواص معامل الارتباط

يعني الباحثون بدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر مســـتعينين بمعامل الارتباط كمعامل إحصائي يكشف عن الاقتران بين المتغـيرين، ولكن معامل الارتباط عرضه للتأثر ببعض العوامل التي تتدخـل عنـد حسابه، لذا ينبغي التعرف علي ما يؤثر في معامل الارتبـــاط حتـى لا يبالغ الباحثون أو الدارسون عند تفسيرهم لنتائج البحوث.

أولا: تغيير وحدات القياس:

وقد سبق توضيح أن معامل الارتباط لا يتأثر بأي عملية حسابية ثابتة سواء كانت جمعا أو طرحا أو ضربا أو قسمة، فإذا قيست الأطوال بالبوصات والأوزان بالأطوال ثم حولت الأطـــوال إلـي ســنتيمترات والأوزان إلي كيلو جرامات فإن معامل الارتباط لا يختلف في الحالتين.

ثانيا: عدد فئات التوزيع التكراري:

معامل الإرتباط الأكثر دقة هو الذي يحسب من الدرجات نفسها، ولكنه يصعب أحيانا استخدام الدرجات نفسها لطول الوقت الذي تحتاجـه العمليات الحسابية وعليه تصنف الدرجات في توزيع تكراري، فإذا كان عدد الفئات مناسبا من ثمانية فئات إلي ثلاث عشر فئـة كـان معـامل الارتباط قريبا من معامل الارتباط المحسوب من الدرجات نفسها، أمـــا

إذا كان عدد الفئات قليلا كان الارتباط الناتج غير دقيق ويختلف كثيرا عن معامل الارتباط الناتج من الدرجات نفسها.

ثالثا: عدد الحالات:

لا يؤثر عدد الحالات في معامل الارتباط المحسوب بمعني أنه لا يؤدي إلي زيادة أو نقص معامل الارتباط، ولكن عدد الحالات يؤثر في دقة النتيجة وفي مدي الثقة بالناتج فالارتباط المحسوب من خمسة حالات ربما لا يبعث علي الاطمئنان مثل معامل الارتباط المحسوب من خمسين حالة.

رابعا: شكل العلاقة البيانية:

يمكن تطبيق معامل الارتباط علي أية مجموعة من البيانات، ولكن المشكلة في قيمة هذا المعامل المستخرج وفي إمكانية تفسيره.

فمعامل ارتباط بيرسون ومعامل ارتباط الرتب قد وضعت معالجتهما علي أساس أن العلاقة البيانية مستقيمة. فإذا طبقت المعادلة في غير مناسبتها كأن تكون العلاقة منحنية وليست خطية مستقيمة ربما يحصل الباحث علي معامل ارتباط منخفض، ويصل الباحث إلي نتيجة مؤداها عدم وجود ارتباط بين المتغيرين، في حين يرجع انخفاض معامل الارتباط إلي كون العلاقة ليست خطية مستقيمة بل هي علاقة منحنية، حينئذ يلزم تطبيق المعادلة المناسبة، وعموما يوجد ما نسميه نسبة الارتباط في حالة العلاقات المنحنية أو أن يتدخل الباحث بتغيير

أحد المتغيرين باستخدام اللوغاريتمات لكي يحول العلاقة غير المستقيمة إلي علاقة بيانية مستقيمة تقبل تطبيق معادلات معامل الارتباط عليها.

خامسا: نوعية المبحوثين:

قد يكون لنوعية المبحوثين تأثيرا علي معامل الارتباط، ففي دراسة لإيجاد العلاقة بين نسبة الذكاء والعمر باستخدام تلاميذ الصف الرابع الابتدائي كمبحوثين وجد أن معامل الارتباط يساوي -٠,٧٢ ويرجع الارتباط السالب إلي نوعية المفحوصين. فقد وجد هي أي صف دراسي أنو التلاميذ الأحدث سنا أعلي ذكاء، الأمر الذي يؤدي إلي الحصول علي معامل ارتباط سالب بين نسبة الذكاء والعمر الزمني، ولكن إذا اتخذ الباحث جميع تلاميذ إحدي المدارس الابتدائية فإن من المحتمل أن يحصل علي معامل ارتباطه موجب قريب من الصفر وهي العلاقة المتوقعة بين نسبة الذكاء والعمر في هذه الحالة، لأن تلاميذ كل فصل دراسي تكون نسب ذكائهم حول المائة، وأن التقدم في العمر لا يصحبه ارتفاع وانخفاض في نسبة الذكاء، نظرا لأن نسب ذكاء كل فرقة متجانسة مع نسب الفرق الأخري، وبالتالي لا يوجد تغير في الذكاء بتغيير العمر في فرق دراسية متقاربة بمدرسة ابتدائية أطفالها متجانسون في مختلف الجوانب فكان زيادة أو نقص عدد المبحوثين لا يؤدي إلي حدوث تغيير يذكر في قيمة معامل الارتباط، كما أن التغيير الواضح في شكل التوزيع يؤثر بدرجة علي معامل الارتباط.

سادسا: حذف الحالات الوسطي:

يحذف الباحثون ببيانات الحالات الوسطي من التوزيع التكراري المزدوج خصوصا إذا توفر لديهم عددا كبيرا من الحالات، فإذا حسب عال الارتباط من القيم المتطرفة فإنه من المحتمل أن تكون القيمة الناتجة أعلي من معامل الارتباط الذي يعتمد علي جميع الحالات بدون حذف الحالات المتوسطة.

سابعا: أثر تشتت الدرجات:

يلاحظ أنه إذا كان تشتت أحد المتغيرات ضيقا أو إذا كان تشتت المتغيرين ضيقا فإن معامل الارتباط يقترب من الصفر، وعلي العكس فكلما اتسع تشتت متغيري البحث كلما زادت قيمة معامل الارتباط.

ويستفيد من هذه الخاصية المهتمون بالقياس النفسي حيث تلاحظ أن إعادة تطبيق المقياس علي مجموعة متجانسة يعطي معامل ارتباط ضعيف، أما إذا كانت المجموعة متباينة غير متجانسة فإن قيمة معامل الارتباط تكون عالية.

تمارين علي الفصل الخامس

*****

١-طبق اختبارات أحدهما للذكاء والآخر للتحصيل الدراسي علي عينة مكونة من ٦ تلاميذ بأحد المدارس الابتدائية، وكانت درجاتهم كما هو مبين بالجدول التالي- احسب الارتباط بين الذكاء والتحصيل؟

اختبار الذكاء	١١٠	١١٠	٩٠	١٠٠	١٢٠	١٣٠
اختبار التحصيل الدراسي	٦٠	٥٠	٤٠	٦٠	٧٠	٨٠

٢-أوجد معامل الارتباط بين درجات اختبار انجليزي (س)، ودرجات اختبار حساب (ص) لعشرة تلاميذ والمبينة في الجدول التالي:

التلاميذ	اختبار انجليزي (س)	اختبار حساب (ص)
١	٨٩	٧٠
٢	٩٦	٨٧
٣	٩٢	٨٧
٤	٨٣	٧٧
٥	٨٤	٨٠
٦	٨٢	٨٤
٧	٨٤	٧٠
٨	٩٢	٨٧
٩	٩٣	٧١
١٠	٧٣	٨٥

٣-احسب معامل الارتباط بين س ، ص الموضحة بالجدول التالي:

س	جيد جدا	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز
ص	جيد	مقبول	جيد	جيد جدا	جيد

٤-أ-احسب معامل الارتباط بين س ، ص والموضحة بالجدول التالي:

س	ذكي	غبي	متوسط	فوق المتوسط	ذكي جدا
ص	٥	صفر	٥	١٠	٥

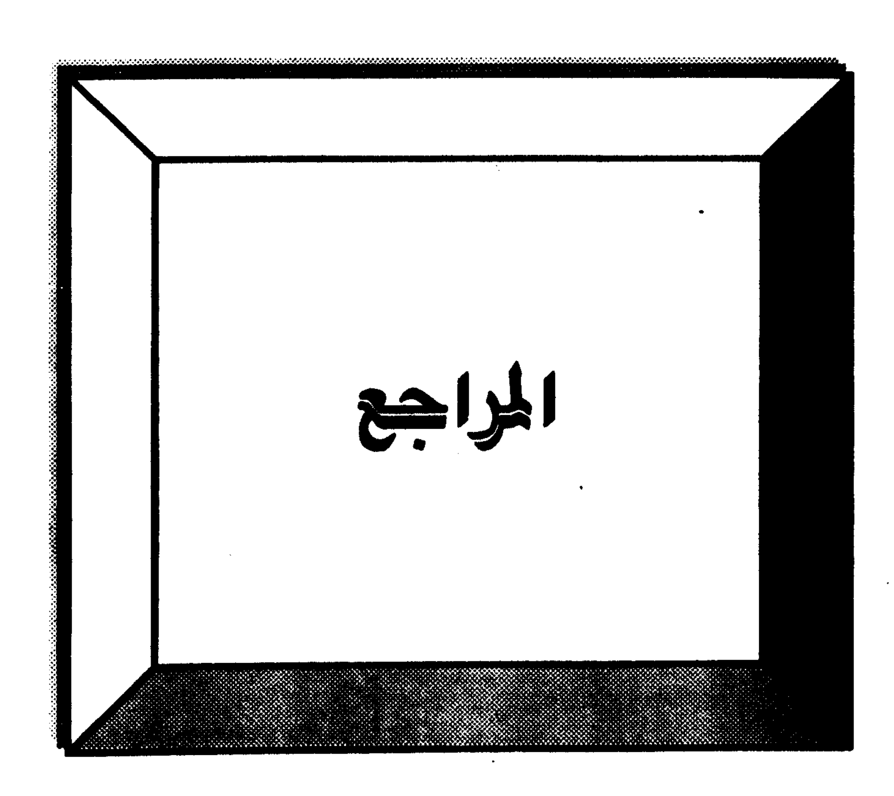
ب-قم بإضافة المقدار ٥ إلي قيم المتغير ص ، ثم احسب معامل الارتباط بين س ، ص؟

ج- قم بحذف المقدار ٣ من قيم المتغير ص، ثم احسب معامل الارتباط بي س ، ض؟

د- قم بضرب المقدار ٢ في قيم المتغير ص، ثم احسب معامل الارتباط بين س ، ص؟

هـ- قيم بقسمة قيم المتغير ص علي المقدار ٥، ثم احسب معامل الارتباط بين س ، ص؟

و - استنتج خاصية إحصائية من خواص معامل الارتباط من خلال النتائج التي حصلت عليها في هذه المسألة؟



المراجع

المراجـــــع

١-ابراهيم بسيوني عميرة، (١٩٧٥): الإحصاء للمعلمين، القارة، دار المعارف.

٢-ابراهيم وجيه محمود، محمود عبد الحليم منسي(١٩٨٣): بحوث نفسية وتربوية، الاسكندرية، دار المعارف.

٣-السيد محمد خيري(١٩٧٥): الإحصاء النفسي التربوي الرياضي، مطبوعات جامعة الرياض رقم (١٣).

٤-حامد عبد العزيز العبد، (١٩٨٨): الإحصاء النفسي التربوي، دار حراء، المنيا.

٥-فؤاد أبو حطب، آمال صادق (١٩٩١): مناهج البحث وطرق التحليل الإحصائي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية، مكتبة الانجلو المصرية، ط١، القاهرة.

٦-فؤاد البهي السيد، (١٩٧٩): علم النفس الإحصائي، القاهرة، الانجلو المصرية.

٧-فريد الحسيني عبد البديع وآخرون (١٩٨٥): الإحصاء، القاهرة، مطبعة مجموعة مؤسسات الهلال.

٨-محمد عبد السلام (١٩٦٠): القياس النفسي والتربوي، القاهرة، مكتبة النهضة المصرية.

٩-محمود السيد أبو النيل (١٩٨٠): الإحصاء النفسي والاجتماعي، وبحوث ميدانية تطبيقية، القاهرة، مكتبة الخانجي.

١٠- محمود عبد الحليم منسي (١٩٨٠): مقدمة في الإحصاء النفسي والتربوي، الاسكندرية، دار المعارف.

١١- محمود عبد الحليم منسي، (١٩٨٩): الإحصاء والقياس في التربية وعلم النفس، دار المعرفة الجامعية، اسكندرية.

12- Bartz, Albert, E. (1981): Basicstatistical concepts, Burgess Publishing Company (2nd Edition).

13- Chase, C.I. (1978): Measurement for Educational Evaluation. New York: Addison-Wesley Publishing Company.

14- Douglas M. Mclntosh, (1967): Statistics for the Teacher 2nd Edition. London.

15- Garrett, H. (1966): Statistics in Psychology and Education. England, London.

16- Hays, W.L. (1947): Statistics in Psychology and Education. England, Longman.

17- Kaplan, R.M. and Saccuzzo, D.P. (1982): Psychological testing: principles, application, Issues. California: Books, Cole Publishing Company.

18- Kerlinger, F.N. & Pedhazur, E.J. (1973): Multiple Regression in Behavioural Research New. York: Reinhart and Winston.

19- Kerlinger, F.N. (1965): Foundation of Behavioural Research New. York: Reinhart and Winston.

20- Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979): Statistical Methods in Education and Psychology. New York: Springer-Verlag.

21- Lewis, D.G. (1971): The analysis of variance. England: Manchester University press.

22- Mann, H.B. and Whitney, D.R. (1947): On a test of whether one of two random variables in statistically larger than the other. Annual of Mathematical Statistics. Vol. 8, pp. 52-54.

23- Ronald H. Nowaczyk (1988): Introductory statistics for Behavioural Research, New York, Tokyo.

24- Siegel, S. (1956): Nonparametric Statistics New York: McGram-Hill, pp. 30-30.

رقم الإيداع

١٦٢٢٨

٢٠٠٩

الترقيم الدولي

٩٧٧/٦١٩٠/٥٧/X

الناشر
مطبعة هابي رايت
بمنشية الأمراء بأسيوط